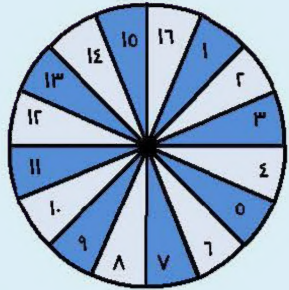


المتميز



في
الرياضيات

=

+

>

<

الصف السادس الابتدائي
الفصل الدراسي الثاني

إعداد : أحمد الشنوري

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

أحمد الله و اشكره و أثنى عليه أن أعاننى
و وفقنى لتقديم هذا الكتاب من مجموعة
" المتميز "

فى الرياضيات لأقدمه لأبنائى المتعلمين
و إخوانى المعلمين و الذى راعيت فيه
تقديم المادة العلمية بطريقة مبسطة و ممتعة
مدلاً بأمثلة محلولة ثم تدريبات متنوعة و متدرجة
للتدريب على كيفية الحل لتناسب كل المستويات
و مرفق حلولها كاملة فى آخر الكتاب
متمنياً أن ينال رضاكم و ثقتم التى أعز بها
و الله لا يضيع أجر من أحسن عملاً
و هو ولى التوفيق

أحمد الشنتوى

المحتويات

- الوحدة الأولى : الأعداد الصحيحة
- * الدرس الأول : مجموعة الأعداد الصحيحة
- * الدرس الثانى : ترتيب الأعداد الصحيحة
و المقارنة بينها
- * الدرس الثالث : جمع و طرح الأعداد الصحيحة
- * الدرس الرابع : ضرب و قسمة الأعداد الصحيحة
- * الدرس الخامس : الضرب المتكرر
- * الدرس السادس : الأنماط العددية
- الوحدة الثانية : المعادلات و المتباينات
- * الدرس الأول : المعادلة و المتباينة
من الدرجة الأولى
- * الدرس الثانى : حل المعادلة من الدرجة الأولى
فى مجهول واحد
- * الدرس الثالث : حل المتباينة من الدرجة الأولى
فى مجهول واحد
- الوحدة الثالثة : الهندسة و القياس
- * الدرس الأول : المسافة بين نقطتين
فى مستوى الأحداثيات
- * الدرس الثانى : التحويلات الهندسية : تحويل الانتقال
- * الدرس الثالث : مساحة الدائرة
- * الدرس الرابع : المساحة الجانبية و الكلية لكل من :
المكعب و متوازى المستطيلات
- الوحدة الرابعة : الاحصاء و الاحتمال
- * الدرس الأول : تمثيل البيانات الاحصائية
بالقطاعات الدائرية
- * الدرس الثانى : التجربة العشوائية
- * الدرس الثالث : الاحتمال

يرجى
يسمح فقط بإعادة النشر
لأمانة العلمية
دون أى تعديل

الوحدة الأولى

الأعداد الصحيحة

الدرس الأول : مجموعة الأعداد الصحيحة

الحاجة إلى مزيد من الأعداد :

أولاً : الأوضاع المتعكسة :

توجد في حياتنا أوضاع متعكسة كثيرة لا يمكن التعبير عنها من خلال مجموعة الأعداد الطبيعية مثل :

(١) في الشكل المقابل :



رجلان يعانين من درجة الحرارة الأولى يعاني من درجة الحرارة المرتفعة 40°

و الثاني يعاني من درجة الحرارة المنخفضة 0° تحت الصفر

هذان وضعان متعاكسان ، و لا نستطيع أن نعبر عن درجة الحرارة المنخفضة (0° تحت الصفر) باستخدام الأعداد الطبيعية

(٢) في الشكل المقابل : مشهدان في الأول :



يسير الأوتوبيس على سطح الأرض بينما تسير السيارة على الكوبري (فوق سطح الأرض)

و في الثاني :

تسير السيارة على سطح الأرض بينما يسير مترو الأنفاق تحت سطح الأرض

أحمد الشنتوري

ثانياً :

(١) يمكن حل المعادلة : $س + ٣ = ٧$ في ط كما يلي :

$$س + ٣ - ٣ = ٧ - ٣$$

إذن : $س = ٣$ ، مجموعة الحل = { ٣ }(٢) لا يمكن حل المعادلة : $س + ٣ = ٧$ في ط حيث :

$$س + ٣ - ٣ = ٧ - ٣$$

إذن : $س = ٧ - ٣$ (غير ممكنة في ط)

مما سبق نستنتج أن :

(١) الحياة مليئة بأمثلة تعبر عن وضعان متعاكسان أحدهما يمكن

التعبير عنه في ط ، و الآخر لا يمكن التعبير عنه في ط

(٢) مجموعة الأعداد الطبيعية محدودة من أسفل (أصغر عدد طبيعي

هو الصفر) و حتى يمكن التعامل مع ظواهر الأوضاع المتعكسة

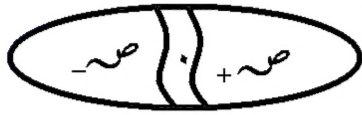
أحمد الشنتوري

(٢) الصفر ليس عدداً موجباً و ليس عدداً سالباً

(٣) $ص \supset ط$ ، $ص \supset +ص$ ، $ص \supset -ص$ ، $ص \supset \{0\}$ ، $ص \supset \{0\}$

(٤) يمكن تمثيل مجموعة الأعداد الصحيحة

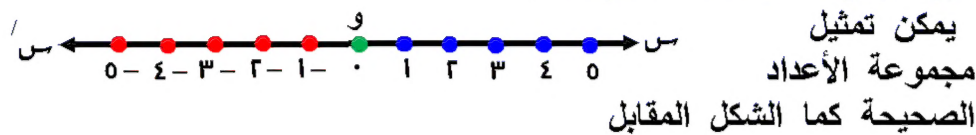
(ص) بشكل قن المقابل



(١) أكتب عدداً صحيحاً يعبر عن كل موقف من المواقف التالية
كما بالمثال :

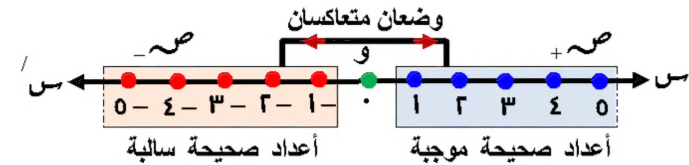
العدد الصحيح	الموقف	
٣٥	مكسب تاجر ٣٥ جنيهاً من بيع سلعة ما	مثال
١٥ -	خسار ١٥ جنيهاً عند شراء خلاط	
....	درجة الحرارة بلندن درجتان تحت الصفر	[١]
....	إيداع مبلغ ٥٠٠ إلى رصيدك بالبنك	[٢]
....	موقع غواصة تحت سطح البحر هو ١٠٠ م	[٣]
....	يسكن محمد في شقة بالدور العاشر ببرج سكني	[٤]
....	عمق جراج أربعة طوابق تحت سطح الأرض	[٥]

تمثيل مجموعة الأعداد الصحيحة :



كان لابد من توسيع ط في الإتجاه الآخر لخط الأعداد (و س)
[٣] تم الاتفاق على أن الأعداد على يمين الصفر على خط الأعداد

أعداداً موجبة و يرمز لمجموعتها بالرمز $ص+$ ، و أن الأعداد
على يسار الصفر أعداداً سالبة و يرمز لمجموعتها بالرمز $ص-$
أي عدد موجب عدد $<$ صفر ، أي عدد سالب عدد $>$ صفر



[٤] سميت الأعداد الناتجة بالشكل (مجموعة الأعداد الصحيحة)

و اعتبرت الأعداد $\{1+, 2+, 3+, 4+, \dots\}$
أعداداً صحيحة موجبة و رمزها $ص+$

ويمكن كتابتها كما يلي : $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$
أي عدم وضع إشارة (+) أمامها فهي موجودة ضمناً
و الأعداد $\{1-, 2-, 3-, 4-, \dots\}$

أعداداً صحيحة سالبة و رمزها $ص-$ ، معنى ذلك أن :

$ص = \{1, 2, 3, \dots, 0, -1, -2, -3, \dots\}$

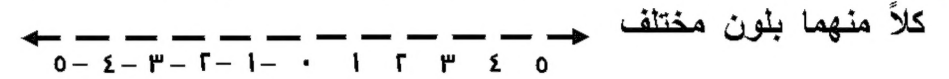
$ص \cup \{0\} \cup ص+ =$

$ط \cup ص- =$

ملاحظات :

(١) مجموعة الأعداد الصحيحة غير منتهية و ممتدة عن يمينها
و يسارها بلا حدود

(٢) حدد على خط الأعداد كل من العددين (٣ ، - ٢) بلون و معكوس



(٣) أكمل ما يلي باستخدام إحدى الكلمات (موجبة - سالبة - صفر)
لتصبح العبارات التالية صحيحة :

[١] سرعة سيارة إذا كانت :

[١] السيارة تتحرك للأمام تمثلها أعداد

[٢] توقف السيارة يمثلها العدد

[٣] السيارة تتحرك للخلف تمثلها أعداد

[٢] المسافة التي يتحركها حجر من على سطح منزل إذا :

[١] قذف لأعلى المنزل تمثلها أعداد

[٢] قذف لأسفل المنزل تمثلها أعداد

[٣] وضع على سطح المنزل يمثلها العدد

[٣] حركة شخص إذا تحرك :

[١] جهة اليمين تمثلها أعداد

[٢] جهة اليسار تمثلها أعداد

[٤] الارتفاع عن مستوى سطح البحر يمثلها أعداد ، بينما

مستوى سطح البحر يمثلها العدد

، الإنخفاض عن مستوى سطح البحر يمثلها أعداد

أحمد الشنتوري

(٤) أكتب مجموعات الأعداد التالية بطريقة السرد :

[١] س = مجموعة الأعداد الصحيحة الأقل من ٤

..... =

[٢] ع = مجموعة الأعداد الصحيحة الأكبر من أو تساوى - ٣

..... =

[٣] ل = مجموعة الأعداد الصحيحة بين (- ٣) ، (٢)

..... =

[٤] م = مجموعة الأعداد الصحيحة غير السالبة

..... =

[٥] ن = مجموعة الأعداد الصحيحة الزوجية غير الموجبة

..... =

(٥) أكمل ما يلي :

[١] $\{0\} \cup \mathbb{N} = \dots$

[٢] $\mathbb{N} \cap \mathbb{N} = \dots$

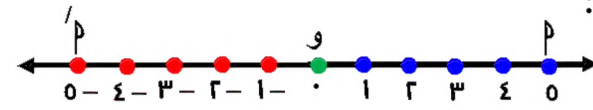
[٣] $\mathbb{P} - \mathbb{N} = \dots$

[٤] $\mathbb{N} - \mathbb{N} = \dots$

[٥] $\mathbb{P} \cup \mathbb{N} = \dots$

[٦] $\mathbb{N} - \mathbb{P} = \dots$

القيمة المطلقة للعدد الصحيح :



لاحظ من خلال خط الأعداد الصحيحة بالشكل المقابل

[١] العدد 0 تمثله النقطة p ، و هي تبعد خمس وحدات عن نقطة (و) التي تمثل العدد : صفر

[٢] العدد -5 تمثله النقطة p' ، و هي تبعد خمس وحدات عن نقطة (و) التي تمثل العدد : صفر

من ذلك نستنتج أن : القيمة المطلقة للعدد الصحيح p هي : المسافة بين موقع العدد (p) و موقع الصفر على خط الأعداد و هي دائماً موجبة ، و يرمز لها بالرمز $|p|$

معنى ذلك أن : $0 = |0 -|$ ، $0 = |0|$

و بالتالي فإن : كل عدد و معكوسه لهما نفس القيمة المطلقة لأنهما يبعدان نفس المسافة عن نقطة الصفر (و) على خط الأعداد الصحيحة

ملاحظات :

(١) إذا كان : $|p| = ٦$ مثلاً

فإن : $p = ٦$ أو $p = -٦$ أي أن : $p = \pm ٦$

(٢) $|p -| = |p|$ فمثلاً : $|٣ -| = |٣|$

(٣) | صفر | = صفر

(٤) $p - = |p| - = |p -|$

فمثلاً : $٤ - = |٤| - = |٤ -|$

(٥) يمكن إجراء العمليات الحسابية للقيمة المطلقة

فمثلاً : $٩ = ٧ + ٢ = |٧| + |٢ -|$ و هكذا

(٦) أختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] $|٥ -|$ صـ (\emptyset ، \supset ، \notin ، \in)

[٢] $|٩ -| - |٤ -|$ = ($٥ -$ ، $٩ -$ ، ٥ ، ٩)

[٣] إذا كان : س = $|٧ -|$ فإن : س =

[٤] إذا كان : $|ص| = ٨$ فإن : ص =

[٥] $ص - + ص -$ = (\emptyset ، \supset ، \notin ، \in)

[٦] ٢ صـ (\emptyset ، \supset ، \notin ، \in)

[٧] $\{١ -\}$ صـ (\emptyset ، \supset ، \notin ، \in)

[٨] الصفر صـ (\emptyset ، \supset ، \notin ، \in)

[٩] إذا كان : $٧ - \in \{١ - ، ٢ - ، ٣ ، س\}$

فإن : س = ($٧ -$ ، $١ -$ ، $٢ -$ ، ٣)

[١٠] إذا كان : $p \in \{١ - ، ٢ - ، ٣\} \cap \{٢ ، ٣ - ، ١ -\}$

فإن : $p =$ (٢ ، $١ -$ ، $٢ -$ ، ١)

[١١] إذا كان : $p \in \{١ - ، ٢ - ، ٣\}$ فإن : $p =$

[١٢] $٥,٥$ صـ (\emptyset ، \supset ، \notin ، \in)

الدرس الثاني : ترتيب الأعداد الصحيحة و المقارنة بينها

نعلم أن : تتوفر الخاصيتان التاليتان في مجموعة الأعداد الطبيعية أولاً :

إذا كان : p ، b عددين طبيعيين ممثلين على خط الأعداد كما بالشكل المقابل :

(١) و كانت النقطة التي تمثل العدد b تقع على يمين النقطة التي

تمثل العدد p فإن : $p < b$

(٢) و كانت النقطة التي تمثل العدد p تقع على يسار النقطة التي

تمثل العدد b فإن : $p > b$

نفس الخاصية تتوفر في مجموعة الأعداد الصحيحة

ثانياً :

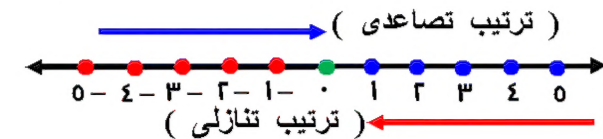
خاصية التتابع و الفرق الثابت و هو الوحدة بين أي عدد طبيعي و الذي يليه



نفس الخاصية تتوفر أيضاً في مجموعة الأعداد الصحيحة

مما سبق نستنتج أن :

أولاً : كلاً من مجموعة الأعداد الطبيعية ، و مجموعة الأعداد الصحيحة مرتبة كما هو مبين على خط الأعداد التالي



(١) مرتبة تصاعدياً (من الأصغر إلى الأكبر)

كلما اتجهنا من اليسار إلى اليمين

(٢) مرتبة تنازلياً (من الأكبر إلى الأصغر)

كلما اتجهنا من اليمين إلى اليسار

ثانياً : عند المقارنة بين أي عددين صحيحين فإن العدد الذي يقع

على يمين الآخر هو الأكبر و العكس صحيح معنى ذلك :

(١) $.... < 3 < 2 < 1 < 0 < 1 < 2 < 3 <$

(ترتيب تصاعدي)

(٢) $.... > 3 > 2 > 1 > 0 > 1 > 2 > 3 >$

(ترتيب تنازلي)

(١) أكمل لترتيب الأعداد التالية تصاعدياً ثم تنازلياً

$1 - , 7 - , 1 , 7 , 4$

أصغر الأعداد هو : $7 -$ لأنه يقع أقصى اليسار على خط الأعداد

ثم يليه : $.... , , , 7$

الترتيب التصاعدي هو : $7 - , , , , 7$

بينما أكبر الأعداد هو : 7 لأنه يقع أقصى اليمين على خط الأعداد

ثم يليه : $.... , , , 7 -$

الترتيب التنازلي هو : $7 , , , , 7 -$

(٥) أكمل الفراغ بوضع علامة (< أو = أو >) في كل مما يلي :

٤ - ٣ - -	[٢]	٥ ٥ -	[١]
١١ - ١٠ - + ١ -	[٤]	١١ - ١٠ -	[٣]
٩ - ٧ -	[٦]	٦ ٦ -	[٥]

(٦) اكتب كل مما يلي بطريقة السرد :

$$[١] \quad \{ س : س < ٢ - \} = س \sim$$

.... =

$$[٢] \quad \{ ٢ - \geq ٣ : ٣ \} = ع$$

.... =

$$[٣] \quad \{ س : س \geq ٣ - > ٥ \} = ك$$

.... =

$$[٤] \quad \{ ص : ص \geq ١ - \geq ٤ \} = ل$$

.... =

$$[٥] \quad \{ س : س > ٥ - \geq ١ \} = م$$

.... =

$$[٦] \quad \{ س : س > ٤ - > صفر \} = ن$$

.... =

(٦) رتب الأعداد التالية :

[١] ٣ - ، ٢ ، ٣ ، ٢ - ، ٥ - ، ٩ - ، تصاعدياً

الترتيب التصاعدي هو :

[٢] ٥ - ، ٦ ، ٥ ، ٨ - ، ٤ ، ٤ - ، تنازلياً

الترتيب التنازلي هو :

(٣) أكتب العدد الصحيح السابق و العدد الصحيح التالي لكل عدد صحيح

فيما يلي كما بالمثال :

العدد الصحيح	العدد السابق	العدد التالي
مثال ٤ -	٥ -	٣ -
[١] ١٠ -		
[٢] ١٠		
[٣] صفر		

(٤) أكتب الأعداد الصحيحة المحصورة بين كل عددين صحيحين مما يلي :

العددين	الأعداد المحصورة
[١] ١ ، ٣ -	
[٢] ٠ ، ٥ -	
[٣] ٤ ، ١ -	

الدرس الثالث : جمع و طرح الأعداد الصحيحة

أولاً : جمع الأعداد الصحيحة

إمكانية الجمع في صـ

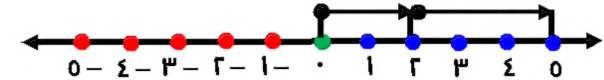
(P) جمع عددين صحيحين موجبين :

لايجاد ناتج : $3 + 2$ نستخدم خط الأعداد كما يلي :

(1) نبدأ من الصفر ثم نتحرك يمينا وحدتين لتمثيل العدد 2

(2) نبدأ العدد 2 و نتحرك يمينا ثلاث وحدات لتمثيل العدد 3

(3) نصل إلى العدد 0 ، و هو ناتج الجمع

أى أن : $3 + 2 = 5$ صـ

أى أن : جمع الأعداد الصحيحة الموجبة مماثل لجمع الأعداد الطبيعية

(ب) جمع عددين صحيحين سالبين :

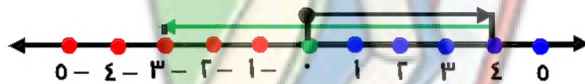
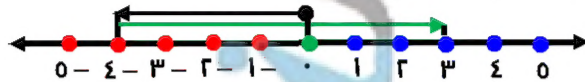
لايجاد ناتج : $(-3) + (-2)$ نستخدم خط الأعداد كما يلي :(1) نبدأ من الصفر ثم نتحرك يساراً بمقدار القيمة المطلقة للعدد (-2) (2) نبدأ العدد (-2) و نتحرك يساراً بمقدار القيمة المطلقة للعدد (-3) (3) نصل إلى العدد (-5) ، و هو ناتج الجمعأى أن : $(-3) + (-2) = (-5)$ صـ

أى أن : جمع عددين صحيحين سالبين = عدداً صحيحاً سالباً

(د) جمع عددين صحيحين أحدهما موجب و الآخر سالب :

لايجاد ناتج : $(-5) + 4$ نستخدم خط الأعداد كما يلي :

(1) نبدأ من الصفر ثم نتحرك يمينا أربع وحدات لتمثيل العدد 4

(2) نبدأ العدد (-5) و نتحرك يساراً بمقدار القيمة المطلقة للعدد (-5) (3) نصل إلى العدد (-1) ، و هو ناتج الجمعأى أن : $(-5) + 4 = (-1)$ صـ(2) لايجاد ناتج : $5 + (-4)$ نستخدم خط الأعداد كما يلي :(1) نبدأ من الصفر ثم نتحرك يساراً بمقدار القيمة المطلقة للعدد (-4) (2) نبدأ العدد (-4) و يمينا سبع وحدات لتمثيل العدد 5(3) نصل إلى العدد (1) ، و هو ناتج الجمعأى أن : $5 + (-4) = 1$ صـ

ملاحظة :

بنفس الخطوات نجد أن إيجاد ناتج : $(-5) + 4 = -1$ صفر

أى أن :

حاصل جمع عددين أحدهما موجب و الآخر سالب =

عدداً صحيحاً قد يكون موجباً أو سالباً (حسب إشارة أكبرهما)

أو صفراً

(١) أوجد ناتج ما يلي :

.... = (٢ -) + .	[٢] = 0 + (0 -)	[١]
.... = (٣ -) + ٦	[٤] = (٤ -) + (٣ -)	[٣]
.... = (٦ -) + ٢	[٦] = (١ -) + ٨	[٥]

(٢) أكمل بنفس التسلسل :

[١] - ٦ ، - ٣ ، صفر ، ، ،

[٢] - ٢٠ ، - ١٤ ، - ٨ ، ، ،

[٣] - ٤٠ ، - ٣٠ ، - ٢٠ ، ، ،

خواص عملية الجمع في صـ :

خواص عملية الجمع في صـ هي :

(١) الإغلاق : عملية الجمع مغلقة في صـ

بمعنى أن : ناتج جمع أي عددين صحيحين هو عدد صحيح

أي أنه إذا كان : $p \in \mathbb{Z}$ ، $b \in \mathbb{Z}$ ،فإن : $p + b = b + p$ ، $a \in \mathbb{Z}$ ،

و بالتالي فإن : عملية الجمع ممكنة دائماً في صـ

(٢) الإبدال : عملية جمع أي عددين صحيحين إبدالية

بمعنى أنه إذا كان : $p \in \mathbb{Z}$ ، $b \in \mathbb{Z}$ ،فإن : $p + b = b + p$ فمثلاً : $1 = (3-) + 4 = 4 + (3-)$

(٣) المحايد الجمعي : الصفر هو المحايد الجمعي في صـ

كما كان محايداً جمعياً في ط

بمعنى أن إذا كان : $p \in \mathbb{Z}$ فإن : $p = p + 0 = 0 + p$ فمثلاً : $3 = 3 + 0 = 0 + 3$ ، $(-4) = (-4) + 0 = 0 + (-4)$

(٤) المعكوس الجمعي : كل عدد صحيح موجب (٢) على خط الأعداد

الصحيحة يقابله عدد صحيح سالب (٢-)



بحيث ناتج جمعها = صفر

أي أن : $p = p + (p-) = (p-) + p$ فمثلاً : $4 = (4-) + 4 = 4 + (4-)$

ملاحظات :

[١] معكوس العدد صفر هو صفر لأن : $0 = 0 + 0$ [٢] معكوس (٢+) هو : $(2-) = (2+) -$

فمثلاً : معكوس (٩+) هو (٩-)

[٢] معكوس (٢-) هو : $2+ = (2-) -$ فمثلاً : معكوس (٩-) هو : $9+ = (9-) -$

(٣) أكمل :

[١] = (0 -) -

[٢] = (٤ -) -

[٣] = (١٠ -) -

[٤] = (٣ +) -

[٥] = (١٤ +) -

[٦] = (٦ -) -

+	- ١	- ٣	٢	٥
- ١	- ٢	- ٤	١	٤
- ٣	- ٤	- ٦	- ١	٢
٢	١	- ١	٤	٧
٥	٤	٢	٧	١٠

لاحظ أن : $\sim \supset \sim$ ص

و من الجدول المقابل :

$$= (-3) + (-1)$$

$$\sim \oplus (-4)$$

و هذا يكفي لجعل \sim ليست

مغلقة بالنسبة لعملية الجمع

(٤) أكمل ما يلي :

$$[٢] \quad ١٧ + \dots = \text{صفر}$$

$$[١] \quad \dots = (-٧) - \dots$$

$$[٤] \quad \dots = ٩ - ٠$$

$$[٣] \quad \dots = ١٤ + (-١٤)$$

$$[٦] \quad (-٦) = \dots + (-٦)$$

$$[٥] \quad (-٣) = \dots + ٥$$

$$[٧] \quad ٦ = \dots + (-٦)$$

$$[٨] \quad \text{إذا كان : } p \text{ معكوس جمعي } b \text{ فإن : } p + b = \dots$$

حيث : p, b عددين صحيحين

(٥) أكمل الجدول التالي :

العدد	معكوسه الجمعي	العدد	معكوسه الجمعي
[١] ٥	[٢] - ١
[٣] صفر	[٤] - ٢
[٥] - ١٥	[٦] ٢٠
[٧]	٤٧	[٨] - ١٠

(٥) الدمج : عملية الجمع دامجة في \sim

بمعنى أن : لأي ثلاثة أعداد صحيحة p, b, d يكون :

$$d + p = (d + b) + p = d + (b + p)$$

$$\text{فمثلاً : } ٤ = ٥ + ١ = ٥ + [٣ + (-٤)]$$

$$٤ = ٨ + (-٤) = (٥ + ٣) + (-٤)$$

$$\text{أي أن : } (٥ + ٣) + (-٤) = ٥ + [٣ + (-٤)]$$

$$٤ = ٥ + ٣ + (-٤) =$$

لاحظ : وجود الأقواس يعنى أن تتم العملية داخل الأقواس أولاً

و هذه الخاصية تعنى أنه يمكن تجاهل الأقواس و جمع

أي عددين معاً

مثال (١) أستخدم خواص عملية الجمع في \sim لإيجاد ناتج :

$$(-١٤) + ١٥ + ١٤$$

في كل خطوة

الحل

$$\text{الإبدال} \quad ١٥ + ١٤ + (-١٤) = ١٤ + ١٥ + (-١٤)$$

$$\text{الدمج} \quad ١٥ + [١٤ + (-١٤)] =$$

$$\text{المعكوس الجمعي} \quad ١٥ + ٠ =$$

$$\text{المحايد الجمعي} \quad ١٥ =$$

مثال (٢) إذا كانت : $\sim = \{ -١, -٣, ٢, ٥ \}$ بين هل \sim

مغلقة بالنسبة لعملية جمع الأعداد الصحيحة أم لا ؟

الحل

ثانياً : طرح الأعداد الصحيحة

إمكانية الطرح في صـ

نعلم من دراسة مجموعة الأعداد الطبيعية أن : $٧ - ٤ = ٣$ لاحظ : يمكن كتابة ذلك بالصورة : $٧ = (٤ -) + ٣$ و بما أن : $٧ = (٤ -) + ٣$

و من علاقة الجمع بالطرح نستنتج :

 $٣ = (٤ -) - ٧$ و هذا يعني : $٧ = ٤ + ٣ = (٤ -) - ٣$ معنى ذلك أن : عملية طرح العددين ٣ ، ٧ في صـ هي : $٣ - ٧ = ٣ + (٧ -)$ المعكوس الجمعي للعدد ٧ أي أن : $٣ - ٧ = ٣ + (٧ -)$

مثال (٣) أوجد ناتج الطرح فيما يلي :

$$[١] \quad ٣ - ٦ \quad [٢] \quad ٧ - (٥ -) \quad [٣] \quad ١٠ - ٤$$

الحلـ

$$[١] \quad ٣ - ٦ = (٣ -) + ٦ = ٣ - ٦$$

$$[٢] \quad ٧ - (٥ -) = (٧ -) + (٥ -) = ٧ - ٥ = ٢$$

$$[٣] \quad ١٠ - ٤ = (١٠ -) + ٤ = ١٠ - ٤$$

(٧) أوجد ناتج الطرح فيما يلي :

$$[١] \quad ٨ - ٢ = \dots + \dots = \dots$$

$$[٢] \quad ٥ - (٦ -) = \dots + \dots = \dots$$

(٦) أستخدم خواص عملية الجمع في صـ لإيجاد ناتج :

$$[١] \quad ٢٥ + ٤٧ + (٢٥ -)$$

$$[٢] \quad ٢٠١٦ + ٣٨٩ + (١٠١٦ -)$$

$$[٣] \quad ٤٥ + (١٣ -) + (٤٠ -) + ١٣$$

$$[٤] \quad ٨٨ + (٦٧ -) + (٨٨ -) + (٣٣ -)$$

(٨) تحقق من خاصية انغلاق الجمع و الطرح على المجموعة التالية :

$$S = \{ 2, 1, 0, 1-, 2- \}$$

أولاً : الجمع

+	2-	1-	0	1	2
2-					
1-					
0					
1					
2					

ثانياً : الطرح

+	2-	1-	0	1	2
2-					
1-					
0					
1					
2					

(٩) أكمل بنفس التسلسل :

[١] ٧ ، ٣ ، ١- ، ، ،

[٢] ٢٠- ، ٣٠- ، ٤٠- ، ، ،

[٣] ١٠٠- ، ٧٠- ، ٤٠- ، ، ،

[٤] ٩٠ ، ٥٥ ، ١٥ ، ، ،

[٣] ١٢ - ٣ = + =

خواص عملية الطرح في \mathbb{Z} :

خواص عملية الطرح في \mathbb{Z} هي :

(١) الإنغلاق : عملية الطرح مغلقة في \mathbb{Z}

بمعنى أن : ناتج طرح أي عددين صحيحين هو عدد صحيح و بالتالي فإن : عملية الطرح ممكنة دائماً في \mathbb{Z}

(٢) الإبدال : عملية الطرح ليست إبدالية في \mathbb{Z}

أي أن : $a - b \neq b - a$ لكل $a, b \in \mathbb{Z}$

فمثلاً : $4 - 3 = 1$ بينما : $3 - 4 = -1$

و بالتالي : $4 - 3 \neq 3 - 4$

(٣) الدمج : عملية الطرح ليست دمجية في \mathbb{Z}

أي أن : $a - (b - c) \neq (a - b) - c$

لكل $a, b, c \in \mathbb{Z}$

فمثلاً : $4 - (3 - 0) = (4 - 0) - 3$

$12 - (0 - 3) = 12 - (-3) = 12 + 3 = 15$

و بالتالي : $4 - (0 - 3) \neq (4 - 0) - 3$

(١٠) قام تاجر بثلاث عمليات تجارية في أحد الأيام ربح في الأولى ٣٤٥ جنيهاً ، وخسر في الثانية ١٦٥ جنيهاً ، و ربح في الثالثة عشرون جنيهاً أوجد مبلغ الربح أو الخسارة لهذا التاجر

(١١) سجل ميزان الحرارة درجة الحرارة بإحدى المدن فجر أحد الأيام فكانت 3°C ثم سجل في الظهيرة 11°C أوجد الزيادة في درجة الحرارة

(١٢) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$[1] \dots = |7 -| + (0 -)$$

$$(12 - , 2 - , 12 , 2)$$

$$[2] \dots = |9 -| - |4 -|$$

$$(0 - , 9 - , 0 , 9)$$

$$[3] \dots = 7 + (12 -)$$

$$(0 - , 19 - , 0 , 19)$$

$$[4] \dots = (11 -) - 19$$

$$(30 - , 8 - , 30 , 8)$$

$$[5] \dots = (8 -) + (2 -)$$

$$(7 - , 10 - , 7 , 10)$$

$$[6] \dots = 3 + (3 -)$$

$$(7 - , 9 - , \text{صفر} , 7)$$

$$[7] \dots + |9 -| \sim$$

$$(\neq , > , \neq , \geq)$$

$$[8] \dots \{ 3 + (0 -) \} \sim$$

$$(\neq , > , \neq , \geq)$$

$$[9] \dots 4 + \frac{1}{4} \sim$$

$$(\neq , > , \neq , \geq)$$

[10] غواصة على عمق ٩٠ متراً تحت مستوى سطح البحر إرتفعت

٦٠ متراً العملية الحسابية المناسبة لحساب العمق الجديد

للغواصة هو

$$(70 + (90 -) , 70 + 90 , 70 - 90 , 70 - (90 -))$$

الدرس الرابع : ضرب و قسمة الأعداد الصحيحة

أولاً : ضرب الأعداد الصحيحة

إمكانية الضرب في صـ

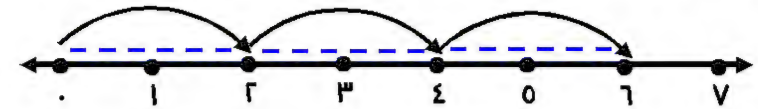
(٢) ضرب عددين صحيحين موجبين :

نعلم أن :

$$١ \oplus ٦ = ٢ + ٢ + ٢ = ٣ \times ٢ \quad (١)$$

و نستخدم خط الأعداد كما يلي :

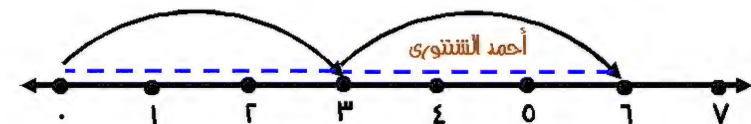
نبدأ من النقطة (و) التي تمثل العدد (صفر) ثم نتحرك ٣ مسافات متساوية جهة اليمين وكل مسافة مكونة من وحدتين فنصل إلى العدد ٦

أي أن : $٦ = ٣ \times ٢$ 

$$١ \oplus ٦ = ٣ + ٣ = ٢ \times ٣ \quad (٢)$$

و نستخدم خط الأعداد كما يلي :

نبدأ من النقطة (و) التي تمثل العدد (صفر) ثم نتحرك مسافتين متساويتين جهة اليمين كل منها مكونة من ٣ وحدات فنصل إلى العدد ٦

أي أن : $٦ = ٢ \times ٣$ أي أن : $٦ = ٣ \times ٢$

حاصل ضرب عددين صحيحين موجبين = عدداً صحيحاً موجباً

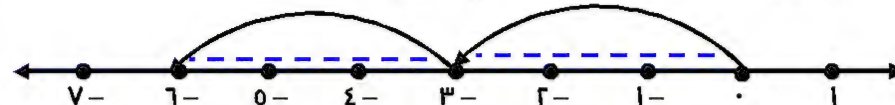
(ب) ضرب عددين صحيحين أحدهما موجب و الآخر سالب :

بنفس الطريقة :

$$١ \oplus ٦ = (٢-) + (٢-) + (٢-) = ٣ \times (٢-) \quad (١)$$

أي أن : $(٦-) = ٣ \times (٢-)$ 

$$١ \oplus ٦ = (٣-) + (٣-) = (٣-) \times ٢ \quad (٢)$$

أي أن : $(٦-) = (٣-) \times ٢$ 

معنى ذلك أن : حاصل ضرب صحيحين أحدهما موجب و الآخر سالب

= عدداً صحيحاً سالباً

(د) ضرب عددين صحيحين سالبين :

$$١ \oplus ٦ = (٣-) \times (٢-) \quad \text{معنى ذلك أن :}$$

حاصل ضرب عددين صحيحين سالبين = عدداً صحيحاً موجباً

لأن : $٢ + (٢-) = \text{صفر}$ خاصية المعكوس الجمعيو بضرب الطرفين $(٢-) \times$ ينتج :

$$(٣-) \times \text{صفر} = (٣-) \times ٢ + (٣-) \times (٢-)$$

لاحظ أن : حاصل ضرب أي عدد صحيح \times صفر = صفرإذن : $(٢-) \times (٣-) = ٦ - \text{صفر}$ ، بإضافة ٦ للطرفين ينتج :

$$٦ + \text{صفر} = ٦ + ٦ - (٣-) \times (٢-)$$

إذن : $٦ = (٣-) \times (٢-)$

قاعدة الإشارات في الضرب :

-	+	×
-	+	+
+	-	-

(١) أوجد ناتج ما يلي :

.... = ٥ × (٤ -)	[١] = (٢ -) × .	[٢]
.... = (٤ -) × (٣ -)	[٣] = (٣ -) × ٦	[٤]
.... = ٨ × (١ -)	[٥] = (٩ -) × ٢	[٦]

(٢) أكمل بنفس التسلسل :

[١] ٣ - ، ٦ - ، ١٢ - ، ، ،

[٢] ٢ - ، ٤ ، ٨ - ، ، ،

[٣] ١ ، ٣ - ، ٩ ، ، ،

خواص عملية الضرب في ص :

خواص عملية الضرب في ص هي :

(١) الإنغلاق : عملية الضرب مغلقة في ص

بمعنى أن : ناتج ضرب أي عددين صحيحين هو عدد صحيح

أي أنه إذا كان : $p \in \mathbb{Z}$ ، $b \in \mathbb{Z}$ ، فإن :فإن : $p \times b = b \times p$ ، $a \in \mathbb{Z}$ ، $b \in \mathbb{Z}$ ، $c \in \mathbb{Z}$ ، فإن :

و بالتالي فإن : عملية الضرب ممكنة دائماً في ص

أحمد الشنتوري

(٢) الإبدال : عملية ضرب أي عددين صحيحين إبدالية

بمعنى أنه إذا كان : $p \in \mathbb{Z}$ ، $b \in \mathbb{Z}$ ، فإن :فإن : $p \times b = b \times p$ فمثلاً : $(٣ -) \times ٤ = ٤ \times (٣ -) = (١٢ -)$

(٣) المحايد الضربي : الواحد هو المحايد الضربي في ص

كما كان محايداً ضربياً في ط

بمعنى أن إذا كان : $p \in \mathbb{Z}$ ، فإن : $p = p \times ١ = ١ \times p$ فمثلاً : $٣ = ٣ \times ١ = ١ \times ٣$ ، $(٤ -) = (٤ -) \times ١ = ١ \times (٤ -)$

(٤) الدمج : عملية الضرب دامجة في ص

بمعنى أن : لأي ثلاثة أعداد صحيحة p ، b ، a يكون : $(a \times b) \times p = a \times (b \times p)$ فمثلاً : $١٠ - = ٥ \times ١٢ - = ٥ \times [٣ \times (٤ -)]$ $١٠ - = ١٥ \times (٤ -) = (٥ \times ٣) \times (٤ -)$ ،أي أن : $(٥ \times ٣) \times (٤ -) = ٥ \times [٣ \times (٤ -)]$ $١٠ - = ٥ \times ٣ \times (٤ -) =$

(٥) التوزيع : يقصد لها توزيع عملية الضرب على عملية الجمع

بمعنى أن : لأي ثلاثة أعداد صحيحة p ، b ، a يكون :

أحمد الشنتوري

$$[2] \quad (72-) \times 70 + (37-) \times 70$$

$$[3] \quad 73 \times (20-) + (73-) \times (20-)$$

(4) أكمل مستخدماً خواص عملية الضرب في صـ لحساب ناتج :

$$(20-) \times 37 \times (20-)$$

$$.... \times [37 \times (20-)] = \text{خاصية }$$

$$.... \times [.... \times 37] = \text{خاصية }$$

$$[.... \times] \times 37 = \text{خاصية }$$

$$.... = \times 37 =$$

$$a \times b + b \times c = (a + c) \times b$$

$$\text{فمثلاً : } 3 = 1 \times 3 = [7 + (0-)] \times 3$$

، بطريقة أخرى :

$$3 = 18 + (10-) = 7 \times 3 + (0-) \times 3$$

$$\text{أى أن : } 7 \times 3 + (0-) \times 3 = [7 + (0-)] \times 3$$

و يمكن استخدام هذه الخاصية عكسياً كما يلي :

$$(00 + 20) \times (3-) = 00 \times (3-) + 20 \times (3-)$$

$$(300-) = 100 \times (3-) =$$

، بطريقة أخرى :

$$(170-) + (130-) = 00 \times (3-) + 20 \times (3-)$$

$$(300-) =$$

(3) أوجد ناتج ما يلي :

$$[(12-) + (7-)] \times 9 \quad [1]$$

ثانياً : قسمة الأعداد الصحيحة

إمكانية القسمة في \mathbb{Z} نعلم أن : إذا كان : $48 = 6 \times 8$ فإن : $8 = 6 \div 48$ ، $6 = 8 \div 48$

معنى ذلك أن : عملية الضرب ينتج عنها عمليتا قسمة

بالمثل إذا كان : $10 = (3-) \times (0-)$ فإن : $10 = (3-) \div (0-)$ ، $(0-) = (3-) \div 10$ ، $36- = (9+) \times (4-)$ فإن : $9 = (4-) \div (36-)$ ، $(4-) = 9 \div (36-)$

مما سبق نستنتج أن :

[١] خارج قسمة عددين صحيحين لهما نفس الإشارة هو

عدد صحيح موجب

[٢] خارج قسمة عددين صحيحين مختلفي الإشارة هو

عدد صحيح سالب

ملاحظة :

كل نواتج القسمة في الحالات السابقة $\mathbb{Z} \ni$ بينما نواتج القسمة في حالات مثل : $\frac{4}{8}$ ، $\frac{5}{6}$ ، $\mathbb{Z} \not\ni (34-) \div 9$ ، $(13-) \div (4-)$

قاعدة الإشارات في القسمة :

-	+	÷
-	+	+
+	-	-

خواص عملية القسمة في \mathbb{Z} :

(١) الإنغلاق : عملية القسمة ليست مغلقة

مما يدل على أنها ليست ممكنة دائماً في \mathbb{Z} (٢) الإبدال : عملية القسمة ليست إبدالية في \mathbb{Z}

ملاحظة :

قسمة أي عدد صحيح على (الصفر) غير ممكنة في \mathbb{Z} مثل في ط
بينما خارج قسمة (الصفر) على أي عدد صحيح = صفراً

(٥) أوجد خارج القسمة في كل مما يلي :

.... = $(2-) \div 0$	[٢] = $0 \div (20-)$	[١]
.... = $(3-) \div 6$	[٤] = $(8-) \div (06-)$	[٣]
.... = $(9-) \div 18$	[٦] = $3 \div (10-)$	[٥]

(٦) أوجد قيمة س في الحالات التالية :

[١] $72 = 8 \times س$

[٢] $(20-) = س \times |0-|$

$$[٣] \quad 3 \times |س| = |-٢١|$$

$$[٤] \quad 0 = \frac{|س|}{٢}$$

$$[٥] \quad (٧-) \times س = (-٥٦)$$

$$[٦] \quad ٩ \times س = (-٣) \times ٢١$$

أحمد الشنتوري

(٧) إذا كانت : $س = ٣$ ، $ص = ١$ ، $ع = ٧$

أكمل لإيجاد قيمة كل مما يلي :

[١] المقدار $٢س + ص - ع$

$$= \dots \times ٢ + (\dots) - (\dots)$$

$$= \dots - \dots + \dots = \dots$$

[٢] المقدار $٣س - ص - ع$

$$= ٣ \times \dots - (\dots) - (\dots)$$

$$= \dots + \dots = \dots$$

[٣] المقدار $٣ \times [ص \div س]$

$$= [\dots \div (\dots)] \times ٣ \times (\dots)$$

$$= \dots \times \dots = \dots$$

[٤] المقدار $[٣س - ٥ص] \div ع$

$$= [٣ \times \dots - ٥ \times (\dots)] \div (\dots)$$

$$= [\dots + \dots] \div \dots$$

$$= \dots \div \dots = \dots$$

(٨) أكمل ما يلي :

[١] $.... = (٨ -) \times ١$

[٢] العدد المحايد الضربي في ص هو

[٣] $ح \times ٨ + \times ٨ = (.... + ح) \times ٨$

[٤] قسمة أي عدد صحيح على (الصفر) في ص

[٥] خارج قسمة عددين صحيحين لهما نفس الإشارة

هو عدد صحيح

[٦] $.... \times ح = \times ٨$

[٧] حاصل ضرب عددين صحيحين سالبين = عدداً صحيحاً

[٨] $ح \times ٨ \times = (.... \times ح) \times ٨ = ح \times (.... \times ٨)$

[٩] $.... = (١٠ -) \times [٨ + (٥ -)]$

[١٠] إذا كان : ٧ س = (٢١ -) فإن : س =

(٩) أختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] $.... = | ٧ - | \times (٥ -)$

(٣٥ ، ١٢ ، ٣٥ - ، ١٢ -)

[٢] $.... = | ٩ - | \times | ٤ - |$

(٣٦ ، ٥ ، ٣٦ - ، ٥ -)

[٣] $.... = ٦ \div (| ١٢ - | -)$

(٢ ، ٦ ، ٦ - ، ٢ -)

[٤] إذا كان : ٤ س = (٣٢ -) فإن : س =

(٨ ، ٨ - ، ٤ ، ٤ -)

(١٠) أكمل مستخدماً (< أو = أو >) :

[١] $(٥ -) \times ٥ (٤ -) \times ٥$

[٢] $٦ \times ٦ (٩ -) \times (٤ -)$

[٣] $٨ \times (٦ -) | ٨ - | \times | ٦ - |$

[٤] $(٤ -) \times ٢ ٣ \div (٢٧ -)$

[٥] $(٧ -) \times ٤ (٥ -) \times ٣$

[٦] $(١ -) \div \text{صفر} (١ -) \times ١$

أحمد الشنتوري

الدرس الخامس : الضرب المتكرر

تمهيد : نعلم أن :

$$(1) \quad 9 = 3 \times 3$$

لاحظ : تكرر ضرب العدد ٣ في نفسه مرتين

$$(2) \quad 27 = 3 \times 3 \times 3$$

لاحظ : تكرر ضرب العدد ٣ في نفسه ثلاث مرات

$$(3) \quad 81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

لاحظ : تكرر ضرب العدد ٣ في نفسه أربع مرات

الضرب المتكرر :

يقصد بالضرب المتكرر :

تكرار ضرب العدد في نفسه عدد من المرات

$$\text{فمثلاً : } 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

هو تكرار ضرب العدد ٣ في نفسه ٤ مرات

تكتب في هذه الحالة : 3^4 ، و تقرأ : ٣ أس ٤

ملاحظات :

(١) العدد ٣ هو المتكرر و يسمى الأساس

، العدد ٤ عدد مرات تكرار الضرب و يسمى الأس

$$(2) \quad 81 = 3^4 \quad \text{لذا يسمى } 81 \text{ بالقوة الرابعة للعدد } 3$$

$$(3) \quad \text{بالمثل : } (8) = 2^3 = (2) \times (2) \times (2)$$

و يسمى (٢-) بالقوة الثالثة للعدد (٢-)

$$(4) \quad \text{بالمثل : } (2-) = (2-) \times (2-) \times (2-) \times (2-) = 2^4 = 16$$

و يسمى ٢٠٦ بالقوة الرابعة للعدد (٢-)

بصفة عامة :

إذا كان : p عدداً صحيحاً فإن :

$$p \times p \times p \times p \times p \times p \times p = p^7 \quad \text{حيث : } n \in \mathbb{N}^+$$

ملاحظات :

(١) القوة الأولى لأي عدد تساوي العدد ١ و لا داعي لكتابتها

$$\text{فمثلاً : } 3^1 \text{ هي } 3, \quad 7^1 = 7$$

(٢) القوة الثانية لأي عدد تسمى مربع العدد

$$\text{فمثلاً : } 3^2 \text{ (تقرأ ٣ أس ٢) أو مربع العدد ٣}$$

(٣) القوة الثالثة لأي عدد تسمى مكعب العدد

$$\text{فمثلاً : } 3^3 \text{ (تقرأ ٣ أس ٣) أو مكعب العدد ٣}$$

(٤) إذا كان : الأساس عدداً سالباً مرفوعاً لأس زوجي

كان الناتج عدداً موجباً

$$\text{أي أن : } (p-) = (-p) \quad \text{حيث : } n \in \mathbb{N}^+$$

$$p \in \mathbb{N}^+, \quad n \in \mathbb{N}^+$$

(٥) إذا كان : الأساس عدداً سالباً مرفوعاً لأس فردي

كان الناتج عدداً سالباً

$$\text{أي أن : } (p-) = (-p) \quad \text{حيث : } n \in \mathbb{N}^+$$

$$p \in \mathbb{N}^+, \quad n \in \mathbb{N}^+$$

(١) أكمل الجدول التالي :

العدد س	القوة	الثانية س ^٢	الثالثة س ^٣	الرابعة س ^٤	الخامسة س ^٥	السادسة س ^٦
١	١	١	١			
٢	٤	٨				
٣			٨١	٢٤٣		
٤		٦٤				٤٠٩٦
٥	٢٥		٦٢٥			
٦		٢١٦				
١٠					١٠٠٠٠	

(٢) أكمل الجدول التالي :

العدد س	القوة	الثانية س ^٢	الثالثة س ^٣	الرابعة س ^٤	الخامسة س ^٥	السادسة س ^٦
(١-)	١	١-				
(٢-)	٤	٨-				
(٣-)			٨١	٢٤٣-		
(٤-)		٦٤-				٤٠٩٦
(٥-)	٢٥		٦٢٥			
(١٠-)					١٠٠٠٠-	

(٣) أوجد قيمة ما يلي :

$$[1] \quad \dots = {}^3(V-)$$

$$[2] \quad \dots = {}^2(٨-)$$

$$[3] \quad \dots = {}^0 ٢ \times {}^1(٥-)$$

$$[4] \quad \dots = {}^3 ٣ + {}^3(٣-)$$

$$[5] \quad \dots = {}^1 ٣ + {}^1 ٣ + {}^1 ٣$$

$$[6] \quad \dots = {}^{19} ١ + {}^{19}(١-)$$

القواعد الأساسية المستخدمة في حالة الضرب المتكرر :
أولاً : قاعدة جمع الأسس

$$\text{لاحظ : } {}^1 ٣ = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣$$

يمكن التعبير عنها كما يلي :

$${}^1 ٣ = {}^{0+1} ٣ = {}^0 ٣ \times {}^1 ٣ = (٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣) \times ٣$$

$${}^1 ٣ = {}^{٤+٢} ٣ = {}^٤ ٣ \times {}^٢ ٣ = (٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣) \times (٣ \times ٣)$$

$${}^1 ٣ = {}^{٣+٣} ٣ = {}^٣ ٣ \times {}^٣ ٣ = (٣ \times ٣ \times ٣) \times (٣ \times ٣ \times ٣)$$

نستنتج مما سبق :

في حالة الضرب المتكرر نجمع الأسس إذا كانت الأساسات متساوية

بمعنى إذا كان : $\mathcal{P} \supset \mathcal{Q}$ ، $\mathcal{P} \neq \mathcal{Q}$ صفر

فإن : $\mathcal{P}^{\mathcal{Q}+1} = \mathcal{P}^{\mathcal{Q}} \times \mathcal{P}$ ، حيث : $\mathcal{P} \supset \mathcal{Q}$ ، $\mathcal{P} \neq \mathcal{Q}$

$$1 = \cdot p = {}^{r-r}p = \frac{{}^r p}{{}^r p} = \frac{{}^r p}{\cdot p}$$

فمثلاً :

$$1 = \cdot (1) \quad , \quad 1 = \cdot (3-)$$

$$1 = \cdot (370-) \quad , \quad 1 = \cdot (36-)$$

(٥) أوجد قيمة كل مما يلي كما بالمثل :

$$\text{مثال : } {}^{2-9}(2) - = {}^2 2 \div {}^9(2) - = {}^2 2 \div {}^9(2-) - =$$

$${}^{32-} = {}^0(2) - =$$

$$\dots = \dots = {}^3 2 \div {}^7 2 \quad [1]$$

$$\dots = \dots = {}^3 \div {}^7 3 \quad [2]$$

$$\dots = \dots = {}^2(2-) \div {}^9(2-) \quad [3]$$

$$\dots = \dots = {}^3(3-) \div {}^7(3-) \quad [4]$$

$$\dots = \dots = {}^3 0 \div {}^3(0-) \quad [5]$$

$$\dots = \dots = {}^9(1-) \div {}^{18}(1-) \quad [6]$$

(٦) إذا كان : $s = 0$ ، $v = 2$ أوجد قيمة كل مما يلي :

$$[1] \dots = {}^9(\dots) = {}^9(\dots + \dots) = {}^9(s + 2v) \dots$$

$$[2] \dots = \dots(\dots) = {}^{s+0+s} \dots (12s + v) \dots$$

أحمد الشنتوري

(٤) أوجد قيمة كل مما يلي كما بالمثل :

$$\text{مثال : } 128 = {}^7 2 = {}^{2+3} 2 = {}^2 2 \times {}^3 2$$

$$\dots = \dots = {}^1 2 \times {}^3 2 \quad [1]$$

$$\dots = \dots = {}^3 \times {}^1 3 \quad [2]$$

$$\dots = \dots = {}^2(2-) \times {}^3(2-) \quad [3]$$

$$\dots = \dots = {}^3(3-) \times {}^1(3-) \quad [4]$$

$$\dots = \dots = {}^3 0 \times {}^3(0-) \quad [5]$$

$$\dots = \dots = {}^9(1-) \times {}^1(1-) \quad [6]$$

ثانياً : قاعدة طرح الأسس

$$\text{لاحظ : } {}^3 3 = 3 \times 3 \times 3 = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3} = {}^1 3 \div {}^0 3$$

$${}^3 3 = {}^{2-0} 3 = \frac{{}^0 3}{{}^2 3} =$$

نستنتج مما سبق :

في حالة القسمة نطرح الأسس إذا كانت الأساسات متساوية

$$\text{بمعنى إذا كان : } p \in v , p \neq \text{صفر فإن : } {}^{v-r} p = \frac{{}^r p}{{}^r p}$$

$$\text{حيث : } m , n \in v+ , v < m$$

ملاحظة :

في حالة القسمة إذا تساوت الأسس أي أن : $m = n$ يكون :

أحمد الشنتوري

(II) رتب ما يلي تصاعدياً :

$${}^0(1-), {}^2_3, {}^3(3-), {}^1(1-), {}^3(2-)$$

الترتيب التصاعدي هو :

(II) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$[1] \dots = {}^1(3-) \quad (1, 9, 7-, 9-)$$

$$[2] \dots = {}^1(2-) + {}^1(2-) \quad (2, 1, 1, \text{صفر}, 1-)$$

$$[3] \dots = {}^0_2 + {}^3_2 \quad (2, {}^{10}_2, {}^1_2, {}^1_2)$$

$$[4] \text{ إذا كان : س } = 3, \text{ ص } = 2- \text{ فإن : ص } = \dots$$

$$[5] \text{ إذا كان : س } = 3, \text{ ص } = 2- \text{ فإن : } \dots \quad (1, 7-, 8, 8-)$$

$$\dots = \text{س} + \text{ص} \quad (1, 7-, 13, 12)$$

(III) أكمل مستخدماً (< أو = أو >) :

$$[1] {}^3_2 \dots {}^1_3 \quad [2] {}^2_2 \dots {}^1_2$$

$$[3] {}^1(8-) \dots {}^1(8-) \quad [4] {}^3(1-) \dots {}^1(9)$$

$$[5] {}^1(2-) \dots {}^1(2-) \quad [6] {}^0(0-) \dots {}^0(0)$$

$$[7] {}^{11}(1-) \dots {}^{11}(1-) \quad [8] {}^7 \dots {}^7$$

$$(V) \text{ أكمل لإيجاد قيمة : } \frac{{}^1_0 \times {}^3_0}{{}^0_0}$$

$$\dots = \dots(0) = {}^V - \dots(0) = \frac{\dots_0}{{}^0_0} = \text{المقدار}$$

$$(A) \text{ أكمل لإيجاد قيمة : } \frac{{}^0_3 \times {}^V_3}{{}^3_3 \times {}^1_3}$$

$$\dots = \dots(3) = \dots - \dots(3) = \frac{\dots_3}{\dots_3} = \text{المقدار}$$

$$(9) \text{ أكمل لإيجاد قيمة : } \frac{{}^0(2-) \times {}^3(2-)}{{}^1(2-)}$$

$$\dots = \dots(2-) = \dots - \dots(2-) = \frac{\dots(2-)}{\dots(2-)} = \text{المقدار}$$

$$(10) \text{ أكمل لإيجاد قيمة : } \frac{{}^V(2-) \times {}^1(2-)}{{}^1(2-)}$$

$$\dots = {}^9(2-), {}^V(2-) - {}^V(2-), {}^2(2-) = {}^2(2-)$$

$$\text{إذن : المقدار} = \frac{({}^V_2 \times \dots_2) - \dots}{\dots} = \frac{{}^V(2-) - {}^1(2-)}{\dots}$$

$$\dots = \dots(2) = \dots - \dots(2) = \frac{\dots_2}{\dots_2} =$$

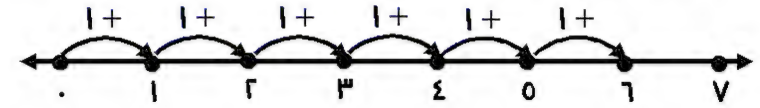
لاحظ : - ÷ - = -

الدرس السادس : الأنماط العددية

نعلم أن :

(١) مجموعة الأعداد الطبيعية : $\{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$

و نلاحظ أن : الأعداد الطبيعية ط تمثل تتابعاً من الأعداد وفق قاعدة معينة هي : كل عدد يزيد عن سابقه مباشرة بمقدار الواحد و الشكل التالي يوضح ذلك :



فمثلاً : العدد الأول هو صفر ، و العدد الثاني ١ يتكون من :

صفر + ١ (من خلال اتباع السهم) ، و العدد الثالث ٢ يتكون

من : ١ + ١ ، و العدد الرابع ٣ يتكون من ٢ + ١ ، و هكذا يسمى هذا التتابع من الأعداد (نمط عددي)

(٢) مجموعة الأعداد الفردية : $\{ 1, 3, 5, 7, 9, \dots \}$

مجموعة الأعداد الزوجية : $\{ 0, 2, 4, 6, 8, \dots \}$

كلاهما تمثل تتابع من الأعداد وفق قاعدة هي :

كل عدد يزيد عن سابقه مباشرة بمقدار ٢

و لذلك يمكن تسمية أي منهما (نمط عددي)

النمط العددي : هو تتابع من الأعداد وفقاً لقاعدة معينة

وصف النمط : يقصد به اكتشاف قاعدة النمط و التعبير عنها لفظياً

(١) صف النمط التالي ثم أوجد العدد الخامس و السادس و السابع :

١٨ ، ١٣ ، ٨ ، ٣

وصف النمط : كل عدد يزيد عن سابق مباشر بمقدار

العدد الخامس = العدد الرابع + = + =

العدد السادس = العدد الخامس + = + =

العدد السابع = العدد السادس + = + =

(٢) أكتشف قاعدة النمط و أكتب العدد الناقص و صف النمط :

[١] ٤ ، ٧ ، ١٠ ، ١٣ ، ، ،

وصف النمط : كل عدد عن سابقه مباشرة بمقدار

[٢] ٢٠ ، ١٦ ، ١٢ ، ٨ ، ، ،

وصف النمط : كل عدد عن سابقه مباشرة بمقدار

[٣] ٤ ، ، ١٦ ، ، ،

وصف النمط : كل عدد = حاصل ضرب ٢ ×

العدد السابق له مباشرة

[٤] ١ ، ١٠ ، ١٠٠ ، ١٠٠٠ ، ، ،

وصف النمط : كل عدد = حاصل ضرب ×

العدد السابق له مباشرة

مثلت باسکال :

من الأنماط العددية المشهورة عالمياً
مثلت باسكال

من خلاله نلاحظ :

كل صف يبدأ و ينتهى بالعدد (١)

بعد الصف الثاني :

كل عدد يمثل مجموع العددين

الأعلى منه مباشرة على

يَمِينُهُ وَ يَسَارُهُ

(لاحظ الأسم)

فَجِدْ مِثْلًا :

$$1 + 1 = 2$$

$$3 + 3 = 7, \quad 3 + 1 = 2, \quad 1 + 1 = 3$$

و هكذا

(٤) من خلال مثلث باسكال أكمل ما يلي :

[۱] عناصر الصف السادس هي :

[۲] عناصر الصف السابع هي :

[3] مجموع الأعداد بكل صف هو :

[4] عناصر القطر الأول هي : (1 ، 1 ، 1 ، ... ، ...)

، عناصر القطر الثاني هي : (١ ، ٢ ، ٣ ، ... ، ...)

، عناصر القطر الثاني هي : (١ ، ٣ ، ٦ ، ... ، ...)

أحمد التنتوي

.... ' ' 22 ' 17 ' 12 ' ' 7 [0]

وصف النمط : كل عدد عن سابقه مباشرة بمقدار

.... ' ' ' זז , וז , ג , ש [ג]

وصف النمط : كل عدد العدد السابق له مباشرة

$$\dots \quad \cdot \quad \dots \quad \cdot \quad \dots \quad \cdot \quad \frac{1}{16} \quad \cdot \quad \frac{1}{8} \quad \cdot \quad \frac{1}{4} \quad \cdot \quad \frac{1}{2} \quad \cdot \quad 1 \quad \text{[V]}$$

وصف النمط : كل عدد العدد السابق له مباشرة

(٣) أكمل الأنماط العددية التالية بكتابة ثلاثة أعداد متتالية :

.... ' ' ' 79 ' 71 ' 13 ' 0 [1]

.... ' ' ' Σ. ' Γ. ' Ι. ' 0 [Γ]

.... ' ' ' 17 ' 9 ' 2 ' 1 [3]

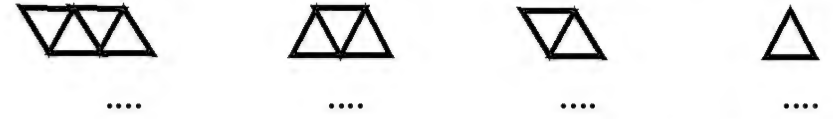
.... , , , 7Σ , 7V , Λ , 1 [Σ]

.... ' ' ' 12 ' 11 ' 0 ' 3 ' 2 [0]

$$\dots, \dots, \dots, \frac{0}{1}, \frac{1}{0}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{6}{5}, \frac{5}{6}, \frac{7}{6}, \frac{6}{7}, \frac{8}{7}, \frac{7}{8}, \frac{9}{8}, \frac{8}{9}, \frac{10}{9}, \frac{9}{10}, \frac{11}{10}, \frac{10}{11}, \frac{12}{11}, \frac{11}{12}, \frac{13}{12}, \frac{12}{13}, \frac{14}{13}, \frac{13}{14}, \frac{15}{14}, \frac{14}{15}, \frac{16}{15}, \frac{15}{16}, \frac{17}{16}, \frac{16}{17}, \frac{18}{17}, \frac{17}{18}, \frac{19}{18}, \frac{18}{19}, \frac{20}{19}, \frac{19}{20}, \frac{21}{20}, \frac{20}{21}, \frac{22}{21}, \frac{21}{22}, \frac{23}{22}, \frac{22}{23}, \frac{24}{23}, \frac{23}{24}, \frac{25}{24}, \frac{24}{25}, \frac{26}{25}, \frac{25}{26}, \frac{27}{26}, \frac{26}{27}, \frac{28}{27}, \frac{27}{28}, \frac{29}{28}, \frac{28}{29}, \frac{30}{29}, \frac{29}{30}, \frac{31}{30}, \frac{30}{31}, \frac{32}{31}, \frac{31}{32}, \frac{33}{32}, \frac{32}{33}, \frac{34}{33}, \frac{33}{34}, \frac{35}{34}, \frac{34}{35}, \frac{36}{35}, \frac{35}{36}, \frac{37}{36}, \frac{36}{37}, \frac{38}{37}, \frac{37}{38}, \frac{39}{38}, \frac{38}{39}, \frac{40}{39}, \frac{39}{40}, \frac{41}{40}, \frac{40}{41}, \frac{42}{41}, \frac{41}{42}, \frac{43}{42}, \frac{42}{43}, \frac{44}{43}, \frac{43}{44}, \frac{45}{44}, \frac{44}{45}, \frac{46}{45}, \frac{45}{46}, \frac{47}{46}, \frac{46}{47}, \frac{48}{47}, \frac{47}{48}, \frac{49}{48}, \frac{48}{49}, \frac{50}{49}, \frac{49}{50}, \frac{51}{50}, \frac{50}{51}, \frac{52}{51}, \frac{51}{52}, \frac{53}{52}, \frac{52}{53}, \frac{54}{53}, \frac{53}{54}, \frac{55}{54}, \frac{54}{55}, \frac{56}{55}, \frac{55}{56}, \frac{57}{56}, \frac{56}{57}, \frac{58}{57}, \frac{57}{58}, \frac{59}{58}, \frac{58}{59}, \frac{60}{59}, \frac{59}{60}, \frac{61}{60}, \frac{60}{61}, \frac{62}{61}, \frac{61}{62}, \frac{63}{62}, \frac{62}{63}, \frac{64}{63}, \frac{63}{64}, \frac{65}{64}, \frac{64}{65}, \frac{66}{65}, \frac{65}{66}, \frac{67}{66}, \frac{66}{67}, \frac{68}{67}, \frac{67}{68}, \frac{69}{68}, \frac{68}{69}, \frac{70}{69}, \frac{69}{70}, \frac{71}{70}, \frac{70}{71}, \frac{72}{71}, \frac{71}{72}, \frac{73}{72}, \frac{72}{73}, \frac{74}{73}, \frac{73}{74}, \frac{75}{74}, \frac{74}{75}, \frac{76}{75}, \frac{75}{76}, \frac{77}{76}, \frac{76}{77}, \frac{78}{77}, \frac{77}{78}, \frac{79}{78}, \frac{78}{79}, \frac{80}{79}, \frac{79}{80}, \frac{81}{80}, \frac{80}{81}, \frac{82}{81}, \frac{81}{82}, \frac{83}{82}, \frac{82}{83}, \frac{84}{83}, \frac{83}{84}, \frac{85}{84}, \frac{84}{85}, \frac{86}{85}, \frac{85}{86}, \frac{87}{86}, \frac{86}{87}, \frac{88}{87}, \frac{87}{88}, \frac{89}{88}, \frac{88}{89}, \frac{90}{89}, \frac{89}{90}, \frac{91}{90}, \frac{90}{91}, \frac{92}{91}, \frac{91}{92}, \frac{93}{92}, \frac{92}{93}, \frac{94}{93}, \frac{93}{94}, \frac{95}{94}, \frac{94}{95}, \frac{96}{95}, \frac{95}{96}, \frac{97}{96}, \frac{96}{97}, \frac{98}{97}, \frac{97}{98}, \frac{99}{98}, \frac{98}{99}, \frac{100}{99}, \frac{99}{100}, \frac{101}{100}, \frac{100}{101}, \frac{102}{101}, \frac{101}{102}, \frac{103}{102}, \frac{102}{103}, \frac{104}{103}, \frac{103}{104}, \frac{105}{104}, \frac{104}{105}, \frac{106}{105}, \frac{105}{106}, \frac{107}{106}, \frac{106}{107}, \frac{108}{107}, \frac{107}{108}, \frac{109}{108}, \frac{108}{109}, \frac{110}{109}, \frac{109}{110}, \frac{111}{110}, \frac{110}{111}, \frac{112}{111}, \frac{111}{112}, \frac{113}{112}, \frac{112}{113}, \frac{114}{113}, \frac{113}{114}, \frac{115}{114}, \frac{114}{115}, \frac{116}{115}, \frac{115}{116}, \frac{117}{116}, \frac{116}{117}, \frac{118}{117}, \frac{117}{118}, \frac{119}{118}, \frac{118}{119}, \frac{120}{119}, \frac{119}{120}, \frac{121}{120}, \frac{120}{121}, \frac{122}{121}, \frac{121}{122}, \frac{123}{122}, \frac{122}{123}, \frac{124}{123}, \frac{123}{124}, \frac{125}{124}, \frac{124}{125}, \frac{126}{125}, \frac{125}{126}, \frac{127}{126}, \frac{126}{127}, \frac{128}{127}, \frac{127}{128}, \frac{129}{128}, \frac{128}{129}, \frac{130}{129}, \frac{129}{130}, \frac{131}{130}, \frac{130}{131}, \frac{132}{131}, \frac{131}{132}, \frac{133}{132}, \frac{132}{133}, \frac{134}{133}, \frac{133}{134}, \frac{135}{134}, \frac{134}{135}, \frac{136}{135}, \frac{135}{136}, \frac{137}{136}, \frac{136}{137}, \frac{138}{137}, \frac{137}{138}, \frac{139}{138}, \frac{138}{139}, \frac{140}{139}, \frac{139}{140}, \frac{141}{140}, \frac{140}{141}, \frac{142}{141}, \frac{141}{142}, \frac{143}{142}, \frac{142}{143}, \frac{144}{143}, \frac{143}{144}, \frac{145}{144}, \frac{144}{145}, \frac{146}{145}, \frac{145}{146}, \frac{147}{146}, \frac{146}{147}, \frac{148}{147}, \frac{147}{148}, \frac{149}{148}, \frac{148}{149}, \frac{150}{149}, \frac{149}{150}, \frac{151}{150}, \frac{150}{151}, \frac{152}{151}, \frac{151}{152}, \frac{153}{152}, \frac{152}{153}, \frac{154}{153}, \frac{153}{154}, \frac{155}{154}, \frac{154}{155}, \frac{156}{155}, \frac{155}{156}, \frac{157}{156}, \frac{156}{157}, \frac{158}{157}, \frac{157}{158}, \frac{159}{158}, \frac{158}{159}, \frac{160}{159}, \frac{159}{160}, \frac{161}{160}, \frac{160}{161}, \frac{162}{161}, \frac{161}{162}, \frac{163}{162}, \frac{162}{163}, \frac{164}{163}, \frac{163}{164}, \frac{165}{164}, \frac{164}{165}, \frac{166}{165}, \frac{165}{166}, \frac{167}{166}, \frac{166}{167}, \frac{168}{167}, \frac{167}{168}, \frac{169}{168}, \frac{168}{169}, \frac{170}{169}, \frac{169}{170}, \frac{171}{170}, \frac{170}{171}, \frac{172}{171}, \frac{171}{172}, \frac{173}{172}, \frac{172}{173}, \frac{174}{173}, \frac{173}{174}, \frac{175}{174}, \frac{174}{175}, \frac{176}{175}, \frac{175}{176}, \frac{177}{176}, \frac{176}{177}, \frac{178}{177}, \frac{177}{178}, \frac{179}{178}, \frac{178}{179}, \frac{180}{179}, \frac{179}{180}, \frac{181}{180}, \frac{180}{181}, \frac{182}{181}, \frac{181}{182}, \frac{183}{182}, \frac{182}{183}, \frac{184}{183}, \frac{183}{184}, \frac{185}{184}, \frac{184}{185}, \frac{186}{185}, \frac{185}{186}, \frac{187}{186}, \frac{186}{187}, \frac{188}{187}, \frac{187}{188}, \frac{189}{188}, \frac{188}{189}, \frac{190}{189}, \frac{189}{190}, \frac{191}{190}, \frac{190}{191}, \frac{192}{191}, \frac{191}{192}, \frac{193}{192}, \frac{192}{193}, \frac{194}{193}, \frac{193}{194}, \frac{195}{194}, \frac{194}{195}, \frac{196}{195}, \frac{195}{196}, \frac{197}{196}, \frac{196}{197}, \frac{198}{197}, \frac{197}{198}, \frac{199}{198}, \frac{198}{199}, \frac{200}{199}, \frac{199}{200}, \frac{201}{200}, \frac{200}{201}, \frac{202}{201}, \frac{201}{202}, \frac{203}{202}, \frac{202}{203}, \frac{204}{203}, \frac{203}{204}, \frac{205}{204}, \frac{204}{205}, \frac{206}{2$$
$$\dots, \dots, \dots, \frac{4}{3}, 1, \frac{2}{3}, \frac{1}{3} \text{ [V]}$$

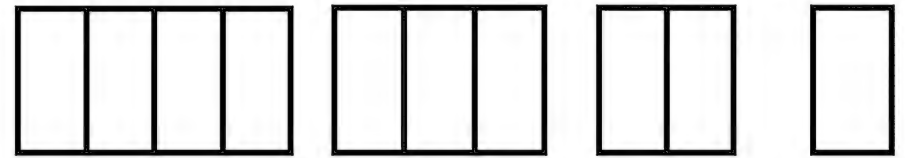
أحمد التنتوي⁵

(٥) أكتب عدد القطع المستقيمة أسفل كل شكل ، ثم أكتب النمط العددي المعبر عن ذلك وصفه



عدد القطع المستقيمة : ، ، ،
النمط العددي : ، ، ،
وصف النمط :

(٦) أكتب عدد القطع المستقيمة أسفل كل شكل ، ثم أكتب النمط العددي المعبر عن ذلك وصفه



عدد القطع المستقيمة : ، ، ،
النمط العددي : ، ، ،
وصف النمط :

(٧) فى دفتر توفير مريم ١٠٠ جنيه و تضيف فى بداية كل شهر ٢٥ جنيهاً بعد كم شهر يصبح فى دفتر توفير مريم ٢٢٥ جنيهاً
أكتب النمط العددي المعبر عن ذلك

١٠٠ ، ، ، ، ،

يصبح المبلغ ٢٢٥ جنيهاً بعد شهور

(٨) فى رصيد ماهر ٥٠٠ جنيه و يسحب فى بداية كل شهر ٥٠ جنيهاً
بعد كم شهر يصبح رصيد ماهر ٣٠٠ جنيهاً
أكتب النمط العددي المعبر عن ذلك

٥٠٠ ، ، ، ، ،

يصبح الرصيد ٣٠٠ جنيهاً بعد شهور

(٩) فى عام ٢٠١١ كان عدد تلاميذ إحدى المدارس ٦٠٠ تلميذاً فإذا كان عدد التلاميذ يزيد كل عام ٥٠ تلميذاً ففى أى عام يصبح عدد التلاميذ ٩٠٠ تلميذاً

						٢٠١١	العام
						٦٠٠	عدد التلاميذ

الوحدة الثانية

المعادلات و المتباينات

الدرس الأول : المعادلة و المتباينة من الدرجة الأولى

مفهوم المعادلة :

نعلم أن : العبارات الرياضية تنقسم إلى نوعين هما :

(١) عبارات عددية مثل :

$$10 = 0 \times 3 , \quad 2 = 10 - 12 , \quad 11 = 7 + 0$$

(٢) عبارات رمزية مثل :

$$8 = \Delta + 2 , \quad 7 = 1 - 3 , \quad 9 = 2 \times 5$$

ملاحظات :

(١) العبارات العددية تسمى : **جملًا رياضية مغلقة**

لأننا نستطيع أن نحكم عليها (صواب أم خطأ)

(٢) العبارات الرمزية تسمى : **جملًا رياضية مفتوحة**

لأننا لا نستطيع الحكم عليها (صواب أم خطأ)

لوجود رمز مثل (Δ أو s أو v) قيمته مجهولة

(٣) عند إستبدال الرمز بقيمته العددية تتحول الجملة الرياضية

المفتوحة إلى جملة رياضية مغلقة فمثلاً :

في العبارة الرمزية : $7 = 1 - 3$ إذا إستبدلنا s بالعدد ٨ ينتج :

$$7 = 1 - 8 \quad (\text{جملة رياضية مغلقة})$$

(٤) تسمى الجملة الرياضية سواء كانت مغلقة أو مفتوحة

(**معادلة**)

المعادلة : هي جملة رياضية تتضمن علاقة تساوى بين عبارتين رياضيتين من التعريف نستنتج :

(١) المعادلة لها طرفان بينهما علاقة (=)

فمثلاً : $7 = 1 - 3$ طرفها الأيمن العبارة الرياضية الرمزية ($1 - 3$) ،

طرفها الأيسر العبارة الرياضية العددية (٧)

(٢) في المعادلة : $7 = 1 - 3$ الرمز (s) بالطرف الأيمن يسمى : (**المجهول**)

و هو الرمز الذي نريد معرفة قيمته

(١) حدد أيًا مما يلي يمثل معادلة أم لا ؟ و لماذا ؟ كما بالمثال :

مثال : $5 = 3 + s$ (تمثل معادلة)

لأنها تتضمن تساوى بين عبارتين رياضيتين

(١) $7 = 1 - 3$ (....)

لأنها بين عبارتين رياضيتين

(٢) $13 = 0 + 8$ (....)

لأنها بين عبارتين رياضيتين

(٣) $9 = 2 - 3$ (....)

لأنها بين عبارتين رياضيتين

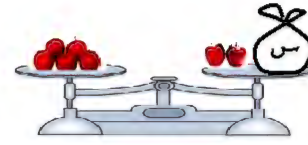
(٤) $8 - 3$ (....)

لأنها بين عبارتين رياضيتين

أحمد الشنتوري

مفهوم المتباينة :

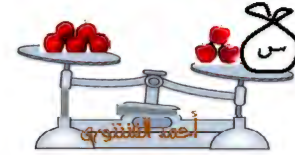
(١) في الشكل المقابل :



ميزان في وضع التساوي ، بكفته اليمنى كيس به عدد غير معروف من التفاح (س) + تفاحتان ، وبكفته اليسرى (٥ تفاحات)

نمبر عن وضع الميزان بالمعادلة : $س + ٢ = ٥$

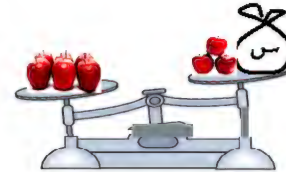
(٢) أما في الشكل الثاني :



تم إضافة تفاحة واحدة للكفة اليمنى فأصبح الطرف الأيمن (س + ٣)

أكبر من الطرف الأيسر (٥ تفاحات) و يمكن التعبير عن هذه الحالة بالجملة الرياضية : $س + ٣ < ٥$

(٣) و في الشكل الثالث :



تم إضافة تفاحة واحدة للكفة اليسرى فأصبح الطرف الأيمن (س + ٣)

أقل من الطرف الأيسر (٦ تفاحات) و يمكن التعبير عن هذه الحالة بالجملة الرياضية : $س + ٣ > ٦$

مما سبق نستنتج أن :

كلاً من الجمل الرياضية : $س + ٣ < ٥$ ، $س + ٣ > ٦$ تسمى متباينة لوجود علامة التباين بين الطرفين

المتباينة :

هي جملة رياضية تتضمن علامة التباين بين عبارتين رياضيتين

أحمد الشنتوري

ملاحظة :

علامات التباين هي :

$<$: أكبر من ، $>$: أقل من
 \leq : أكبر من أو يساوي ، \geq : أقل من أو يساوي

(٢) حدد أي مما يلي يمثل معادلة أم متباينة ؟ و لماذا ؟ كما بالمثال :

مثال : $س + ٤ < ٩$ (تمثل متباينة)

لأنها تتضمن علامة تباين بين عبارتين رياضيتين

[١] ص - ١ > ٥ (....)

لأنها بين عبارتين رياضيتين

[٢] $س + ٧$ (....)

لأنها بين عبارتين رياضيتين

[٣] $س < ٣$ (....)

لأنها بين عبارتين رياضيتين

[٤] $س + ١ = ١١$ (....)

لأنها بين عبارتين رياضيتين

درجة المعادلة :

تحدد درجة المعادلة بأكبر قوة (أس) مرفوع لها المجهول (الرمز) بالمعادلة فمثلاً :

$س + ١ = ١١$ معادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد هو س

أحمد الشنتوري

(٣) في حالة المتباينة من الدرجة الأولى في مجهول واحد :
للمجهول قيمة واحدة أو أكثر من عناصر مجموعة التعويض

مثال (١) : باعتبار مجموعة التعويض $E = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
أوجد مجموعة حل المعادلة : $3x - 2 = 4$

الحل

نعوض بعناصر مجموعة التعويض E في الطرف الأيمن ($3x - 2$)
لتحديد العناصر التي تحقق المعادلة كما يلي :

عندما : $x = -2$ يكون :

$$3 \times (-2) - 2 = -6 - 2 = -8 \neq 4$$

إذن : العدد (-2) لا يحقق المعادلة

عندما : $x = -1$ يكون :

$$3 \times (-1) - 2 = -3 - 2 = -5 \neq 4$$

إذن : العدد (-1) لا يحقق المعادلة

عندما : $x = 0$ يكون :

$$3 \times (0) - 2 = 0 - 2 = -2 \neq 4$$

إذن : العدد (0) لا يحقق المعادلة

عندما : $x = 1$ يكون :

$$3 \times (1) - 2 = 3 - 2 = 1 \neq 4$$

إذن : العدد (1) لا يحقق المعادلة

عندما : $x = 2$ يكون :

$3 \times 2 - 2 = 6 - 2 = 4$ هو س
 $3 \times (-3) - 2 = -9 - 2 = -11$ هو س
..... و هكذا

حل المعادلة أو المتباينة :

يقصد بحل المعادلة أو المتباينة التوصل لقيمة المجهول (الرمز)
الموجود بالمعادلة أو المتباينة

و لكي يتم ذلك نحتاج إلى ما يسمى بمجموعة التعويض

مجموعة التعويض :

هي المجموعة التي ينتمي إليها المجهول (الرمز) في المعادلة أو
المتباينة

ملاحظات :

(١) مجموعة التعويض هي مجموعة من الأعداد الصحيحة يتم

التعويض بعناصرها في طرفي المعادلة أو المتباينة لبحث

إمكانية تحقيقها

(٢) أية عناصر من عناصر مجموعة التعويض يحقق طرفي المعادلة

(يجعلها متساوية) يمثل مجموعة الحل

مجموعة الحل :

هي المجموعة التي تحقق عناصرها المعادلة أو المتباينة

ملاحظات :

(١) مجموعة الحل مجموعة جزئية من مجموعة التعويض

(٢) في حالة المعادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد :

للمجهول قيمة واحدة هي أحد عناصر مجموعة التعويض

$$١. \quad \dots = \dots + \dots = ١ + (\dots) \times ٣$$

نستنتج أن : مجموعة الحل = { ... }

(٤) أوجد مجموعة الحل للمعادلات التالية :

$$[١] \quad ٢س - ٧ = ١ -$$

إذا كانت مجموعة التعويض هي { ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ }

$$٤ = ٤ = ٢ - ٦ = ٢ - (٢) \times ٣$$

إذن : العدد (٢) يحقق المعادلة

نستنتج أن : مجموعة الحل = { ٢ }

لاحظ : { ٢ } \supset { ٢ ، ١ ، ٠ ، ١ - ، ٢ - }

(٣) باعتبار مجموعة التعويض ع = { ٤ ، ٣ ، ٢ ، ٢ - }

أوجد مجموعة حل المعادلة : ١. = ١ + ٣س

نعوض بعناصر مجموعة التعويض ع في الطرف الأيمن (....)
لتحديد العناصر التي تحقق المعادلة كما يلي :

عندما : ٢س = ٢ - يكون :

$$١. \quad \dots = \dots + \dots = ١ + (\dots) \times ٣$$

إذن : العدد (٢ -) المعادلة

عندما : ٢س = يكون :

$$١. \quad \dots = \dots + \dots = ١ + (\dots) \times ٣$$

إذن : العدد (.....) المعادلة

عندما : ٢س = يكون :

$$١. \quad \dots = \dots + \dots = ١ + (\dots) \times ٣$$

إذن : العدد (.....) المعادلة

عندما : ٢س = يكون :

أحمد الشنتوري

$$[2] \quad 4s - 1 = 3$$

إذا كانت مجموعة التعويض هي $\{ 2-, 1-, 0 \}$

مثال (٢) : باعتبار مجموعة التعويض $E = \{ 2-, 1-, 0 \}$

أوجد مجموعة حل المتباينة : $4s - 1 > 3$

الحل

نعوض بعناصر مجموعة التعويض E في الطرف الأيمن ($4s - 1$)

لتحديد العناصر التي تحقق المتباينة كما يلي :

عندما : $4s - 1 = 3$ يكون :

$$4s - 1 = 3 \Rightarrow 4s = 4 \Rightarrow s = 1$$

إذن : العدد ($4s - 1$) يحقق المتباينة

عندما : $4s - 1 = 0$ يكون :

$$4s - 1 = 0 \Rightarrow 4s = 1 \Rightarrow s = \frac{1}{4}$$

إذن : العدد ($4s - 1$) يحقق المتباينة

عندما : $4s - 1 = -1$ يكون :

$$4s - 1 = -1 \Rightarrow 4s = 0 \Rightarrow s = 0$$

إذن : العدد ($4s - 1$) لا يحقق المتباينة

عندما : $4s - 1 = -2$ يكون :

$$4s - 1 = -2 \Rightarrow 4s = -1 \Rightarrow s = -\frac{1}{4}$$

إذن : العدد ($4s - 1$) لا يحقق المتباينة

نستنتج أن : مجموعة الحل $E = \{ 2-, 1-, 0 \}$

لاحظ : $\{ 2-, 1-, 0 \} \supset \{ 2-, 1- \}$

أحمد الشنتورى

(٦) أوجد مجموعة الحل للمتباينات التالية :

$$[1] \quad x - 1 < 0$$

إذا كانت مجموعة التعويض هي $\{-2, -1, 3, 7\}$

(٥) باعتبار مجموعة التعويض $\{-1, -2, 4, 0\}$

أوجد مجموعة حل المتباينة : $x + 1 < 7$

نعوض بعناصر مجموعة التعويض x في الطرف الأيمن $(x + 1)$ لتحديد العناصر التي تحقق المتباينة كما يلي :
عندما : $x = -1$ يكون :

$$7 \quad \dots = \dots + \dots = 1 + (\dots) \times 2$$

إذن : العدد (-1) المتباينة

عندما : $x = \dots$ يكون :

$$7 \quad \dots = \dots + \dots = 1 + (\dots) \times 2$$

إذن : العدد (\dots) المتباينة

عندما : $x = \dots$ يكون :

$$7 \quad \dots = \dots + \dots = 1 + (\dots) \times 2$$

إذن : العدد (\dots) المتباينة

عندما : $x = \dots$ يكون :

$$7 \quad \dots = \dots + \dots = 1 + (\dots) \times 2$$

إذن : العدد (\dots) المتباينة

نستنتج أن : مجموعة الحل = $\{\dots\}$

أحمد الشنتوري

$$[٢] \quad ٩ > ٢ - ١$$

إذا كانت مجموعة التعويض هي $\{ ٤ - , ٣ - , ٣ , ٤ \}$

$$[٣] \quad ٣ - ١ > ٢ - ١$$

إذا كانت مجموعة التعويض هي $\{ ٣ , ٢ , ١ , ٠ \}$

أحمد الشنتوري

الدرس الثاني : حل المعادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد

نعلم أن :
حل المعادلة :

هو التوصل لقيمة المجهول (الرمز) الموجود بالمعادلة
و حيث أن استخدام مجموعة التعويض للوصول إلى مجموعة الحل
طويلة و شاقة و ربما تكون مستحيلة إذا كانت عناصر مجموعة
التعويض غير منتهية مثل : ط ، ص
لذا أتفق على طرق أسهل و أبسط تعتمد بشكل أساسي على خواص
التساوي في ط ، ص و هي كما يلي :

خواص التساوي في ط ، ص :
(ا) خاصية الإضافة و الحذف :



في الشكل المقابل :
الكفة اليمنى بها كيس فيه عدد غير
معروف من التفاح مضافاً إليه تفاحتين
الكفة اليسرى بها خمس تفاحات
و كانت الكفتان متعادلتان فإنه يمكن التعبير عن وضع الميزان في
هذه الحالة بالمعادلة : $س + ٢ = ٥$



و في الشكل المقابل :
إذا أضفنا تفاحتين لكل من الكفتين
بحيث ظلت الكفتان متعادلتان فإنه
يمكن التعبير عن وضع الميزان في
هذه الحالة بالمعادلة : $س + ٢ = ٢ + ٢ + ٢$

أي : $س + ٢ = ٦$

أيضاً في الشكل المقابل :

إذا رفعنا (حذفنا) أربع تفاحات

من كل من الكفتين (من الميزان

بالشكل السابق) بحيث ظلت الكفتان

متعادلتان فإنه يمكن التعبير عن وضع

الميزان في هذه الحالة بالمعادلة : $س + ٢ = ٢ - ٢ = ٠$

أي : $س = ٠$

مما سبق نستنتج أن :

إذا كان : $ا، ب، د \Rightarrow ص$ ، و كان : $ا = ب$ فإن :

$ا + ب = د + ب$ ، $ا - ب = د - ب$

تستخدم خاصية الحذف و الإضافة في حل معادلة الدرجة الأولى في
مجهول واحد كما بالمثال التالي :

مثال (ا) : أوجد مجموعة حل المعادلتين التاليتين :

$$[٢] س - ٣ = ٤$$

$$[١] س + ٢ = ٥$$

الحل

بإضافة (٢ -) للطرفين

$$[١] س + ٢ = ٥$$

خاصية المعكوس الجمعي

$$س + ٢ - ٢ = ٥ - ٢$$

خاصية المحايد الجمعي

$$س = ٣$$

إذن : مجموعة الحل = { ٣ }

(١) خاصية الضرب و القسمة :



في الشكل المقابل :
الكفة اليمنى بها أربع قطع معدنية لها
نفس الوزن و وزن كل منها (س)
الكفة اليسرى بها ثقلان مقدار كل منهما
٢٠ كجم و كانت الكفتان متعادلتان فإنه يمكن التعبير عن وضع

الميزان في هذه الحالة بالمعادلة : $٢٠ + ٢٠ = س + س$

أي : $٤٠ = س + س$



و في الشكل المقابل :
إذا ضاعفنا الوزن في كلا الكفتين
فأصبح بالكفة اليمنى (٨) قطع
لكل منها نفس الوزن (س) و

الكفة اليسرى (٤) أثقال وزن كل منها ٢٠ كجم بحيث ظلت الكفتان
متعادلتان فإنه يمكن التعبير عن وضع الميزان في هذه الحالة
بالمعادلة : $٨٠ = س + س$ و التي تعني : $٨٠ = ٢ \times س$

أيضاً في الشكل المقابل :



إذا حذفنا (ربعنا) $\frac{١}{٢}$ الوزن من
كل كفة ليصبح بالكفة اليمنى قطعتين
وزن كل منها (س) و بالكفة

اليسرى ثقل واحد وزنه ٢٠ كجم بحيث ظلت الكفتان متعادلتان فإنه
يمكن التعبير عن وضع الميزان في هذه الحالة بالمعادلة :

$$٢٠ = س \text{ و التي تعني : } \frac{٢٠}{٢} = \frac{س}{٢}$$

التحقق من صحة الحل :

نعوض عن س = ٣ في المعادلة : $٢ + س = ٥$

فنجد : الطرف الأيمن = $٢ + ٣ = ٥$ = الطرف الأيسر

إذن : س = ٣ يحقق المعادلة

بإضافة (٣) للطرفين

$$[٢] \quad س - ٣ = ٣ - ٣$$

خاصية المعكوس الجمعي

$$س - ٣ + ٣ = ٣ - ٣ + ٣$$

خاصية المحايد الجمعي

$$س = ٣$$

إذن : مجموعة الحل = { ٣ }

التحقق من صحة الحل :

نعوض عن س = ٣ في المعادلة : $٣ - س = ٠$

فنجد : الطرف الأيمن = $٣ - ٣ = ٠$ = الطرف الأيسر

إذن : س = ٣ يحقق المعادلة

(١) أوجد مجموعة حل المعادلتين التاليتين :

$$[٢] \quad س - ٢ = ٨$$

$$[١] \quad س + ٦ = ١$$

مما سبق نستنتج أن :

إذا كان : $p, b, d \Rightarrow d, p = b$ ، و كان : $p = b$ فإن :
 $p \times b = d \times d$ ، $p \div b = d \div d$

تستخدم خاصية الضرب و القسمة في حل معادلة الدرجة الأولى في مجهول واحد كما بالمثال التالي :

مثال (٢) : أوجد مجموعة حل المعادلة التالية : $3x = 10$

الحل

بقسمة الطرفين على ٣

$$\frac{3x}{3} = \frac{10}{3}$$

$$x = \frac{10}{3}$$

إذن : مجموعة الحل = $\{ \frac{10}{3} \}$

(٢) أوجد مجموعة حل المعادلة التالية : $0x = 10$

أحمد الشنتورى

مثال (٣) : أوجد مجموعة حل المعادلة التالية : $2 = 2. + 3x$ في ط ، ص

الحل

بقسمة الطرفين على ٣

$$2 = 2. + 3x$$

بقسمة الطرفين على ٣ ينتج :

$$2 = 2. + 3x$$

إذن : مجموعة الحل في ط = \emptyset

لاحظ أن : $2 \neq 2.$

، إذن : مجموعة الحل في ص = $\{ 2 - \}$

(٣) أوجد مجموعة حل المعادلة التالية : $3 = 13 + 0x$ في ط ، ص

مثال (٤) : عدد إذا أضيف إلى ضعفه كان الناتج ٣٦ أوجد العدد

الحل

نفرض أن : العدد = س إذن : ضعفه = ٢ س

إذن : ٢ س + س = ٣٦

إذن : ٣ س = ٣٦ بقسمة الطرفين على ٣ ينتج :

س = ١٢ إذن العدد هو : ١٢

(٤) عدد إذا أضيف إلى أربعة أمثاله كان الناتج ٣٥ أوجد العدد

$$[٢] \quad ٨ = ١ - ٣ س$$

$$[٣] \quad ٦ = ٤ + ٢ س$$

(٦) أوجد مجموعة حل المعادلات التالية في ص :

$$[١] \quad ٥ = ١ + س$$

(٥) أوجد مجموعة حل المعادلات التالية في ط :

$$[١] \quad ٧ = ٢ + س$$

$$[٢] \quad ٣س - ٢ = ١٣$$

$$[٣] \quad ٢س + ٣ = ٥$$

(٧) أختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] أى مما يلى يمثل معادلة

$$(\quad ٣س + ٢ > ٧ , \quad ٢س = ٩ , \quad ٢س < ٩ , \quad ٣س + ٢ > ٧)$$

$$[٢] \quad ٦س - ١ = ٧ \text{ من الدرجة } \dots$$

(الأولى ، الثانية ، الثالثة ، الرابعة)

$$[٣] \quad ٢س - ١ = ١٧ \text{ من الدرجة } \dots$$

(الأولى ، الثانية ، الثالثة ، الرابعة)

$$[٤] \text{ مجموعة حل المعادلة : } ٢س - ١ = ٢ \text{ فى ط هى } \dots$$

$$(\{ ١ - \} , \{ ٢ \} , \{ ٣ - \} , \{ ٣ \})$$

أحمد الشنتوري

$$[٥] \text{ مجموعة حل المعادلة : } ٤س - ٨ = ٨ \text{ فى ط هى } \dots$$

$$(\{ ٢ - \} , \{ ٢ \} , \{ ٤ - \} , \{ \emptyset \})$$

$$[٦] \text{ مجموعة حل المعادلة : } ٤س - ٨ = ٨ \text{ فى ص هى } \dots$$

$$(\{ ٢ - \} , \{ ٢ \} , \{ ٤ - \} , \{ \emptyset \})$$

$$[٧] \text{ مجموعة حل المعادلة : } ٢س + ٣ = ٣ \text{ فى ص هى } \dots$$

$$(\{ ٣ - \} , \{ ٣ \} , \{ \text{صفر} \} , \{ \emptyset \})$$

$$[٨] \text{ مجموعة حل المعادلة : } ٣س + ٣ = | ٦ - | \text{ فى ص هى } \dots$$

$$(\{ ٣ - \} , \{ ٣ \} , \{ ٩ - \} , \{ ٩ \})$$

$$[٩] \text{ إذا كان : } ٥س + ٨ = ٨ \text{ فإن : } ٢س + ٢ = \dots$$

$$(٥ , ٣ , ٥ - , ٣ -)$$

$$[١٠] \text{ إذا كان : } ٦س = ١٢ \text{ فإن : } ٥س - ٥ = \dots$$

$$(٥ , ٣ , ٥ - , ٣ -)$$

[١١] العدد الطبيعي التالى للعدد الطبيعي (١س +) هو

$$(١س - , ٢س - , ٢س + , ٢س)$$

[١٢] عدنان صحيحان مجموعهما ٥ فإذا كان أحد العددين ٣

فإن العدد الآخر يساوى

$$(٥س - , ٥س - , ٥س + , ٥س)$$

[١٣] إذا كان محمد الآن (٥س +) سنة فإن عمره منذ ٥ سنوات

هو

$$(٥س - , ٥س - , ٥س - , ٥س)$$

الدرس الثالث : حل المتباينة من الدرجة الأولى في مجهول واحد

نعلم أن :

تم استخدام خواص التساوي في ط ، ص للتغلب على مشكلات حل المعادلة باستخدام مجموعة التعويض أيضاً نظراً لأن حل المتباينة بطريقة التعويض يعد طويلاً و مرهقاً و مستحيلاً أحياناً مع المجموعات غيلا المنتهية لذا سنتعرض لحل المتباينة باستخدام خواص التباين في ط ، ص

خواص التباين في ط ، ص :

(١) خاصية الإضافة و الحذف :

في الشكل المقابل :



الكفة اليمنى بها كيس دقيق وزنه ٣ كجم ، و الكفة اليسرى بها كيس

وزنه ٢ كجم ، واضح من الشكل أن

الكيس (م) أثقل من الكيس (ب) يمكن التعبير عن هذه الحالة بالمتباينة : $٣ < ٢$ أو : $م < ب$

و في الشكل المقابل :



إذا أضفنا ثقل قدره ٢ كجم لكلا الكفتين

نلاحظ استقرار الميزان في نفس وضعه

يمكن التعبير عن وضع الميزان في

هذه الحالة بالمتباينة :

$$٢ + ٢ < ٢ + ٣ \quad \text{أو} \quad ٢ + ب < ٢ + م$$

أيضاً في الشكل المقابل :
إذا رفعنا (حذفنا) الثقليين من كل
من الكفتين نلاحظ عودة الميزان
إلى نفس وضعه في الحالة الأولى
يمكن التعبير عن وضع الميزان في

هذه الحالة بالمتباينة : $٣ < ٢$ أو : $م < ب$

مما سبق نستنتج أن :

إذا كان : $م ، ب ، د \Rightarrow ص$ ، و كان : $م < ب$ فإن :

$$٢ + م < ٢ + ب \quad ، \quad ٢ - م < ٢ - ب$$

حيث : د عدد موجب أو سالب

تستخدم خاصية الحذف و الإضافة في حل معبائية الدرجة الأولى في مجهول واحد كما بالمثال التالي :

مثال (١) : أوجد مجموعة حل المتباينة : $٥ > ٢ + س$

[١] حيث : $س \Rightarrow ط$ ، ثم مثل الحل على خط الأعداد

[٢] حيث : $س \Rightarrow ص$ ، ثم مثل الحل على خط الأعداد

الحل

بإضافة ($٢ -$) للطرفين $٥ > ٢ + س$

$$٢ - ٥ > ٢ - ٢ + س$$

$$٣ > س$$

[١] حيث : $س \Rightarrow ط$ فإن : مجموعة الحل = $\{ ٠ ، ١ ، ٢ \}$





و في الشكل المقابل :
إذا ضاعفنا الوزن في كلا الكفتين
فأصبح بالكفة اليمنى ٤ كجم
و الكفة اليسرى ٢ كجم فإن
الميزان يستقر في نفس وضعه

يمكن التعبير عن وضع الميزان في هذه الحالة بالمتباينة :
 $٢ \times ٢ = ١ \times ٤$ أو : $٢ < ٢$ ب



أيضاً في الشكل المقابل :
بالكفة اليمنى خمس كتب وزن كل
(س) و بالكفة اليسرى ثقل مقداره
٢٠٠ جم يمكن التعبير عن وضع الميزان
في هذه الحالة بالمتباينة : $٢٠٠ < س$

أي : $٢٠٠ \times ٥ < س \times ٥$ ، بقسمة الطرفين على ٥
ينتج : $٤٠٠ < س$

ملاحظة :

عند القسمة على عدد سالب يتغير اتجاه علامة التباين

مما سبق نستنتج أن :

إذا كان : $٢ < ١$ ، $٢ > ١$ ، $٢ = ١$ ، و كان :
 $٢ \times ٢ > ١ \times ٤$ ، $٢ \times ٢ < ١ \times ٤$ ، $٢ \times ٢ = ١ \times ٤$ ، فإن : $٢ > ١$
 $٢ \times ٢ > ١ \times ٤$ ، $٢ \times ٢ < ١ \times ٤$ ، $٢ \times ٢ = ١ \times ٤$ ، فإن : $٢ < ١$

[٢] حيث : $س \in ط$ فإن : مجموعة الحل = $\{ ٢ , ١ , ٠ , \dots \}$



(١) أوجد مجموعة حل المتباينة : $٣ > ١$

[١] حيث : $س \in ط$ ، ثم مثل الحل على خط الأعداد

[٢] حيث : $س \in ص$ ، ثم مثل الحل على خط الأعداد



(١) خاصية الضرب و القسمة :

في الشكل المقابل :
الكفة اليمنى بها ثقل (٢) قدره
٢ كجم و الكفة اليسرى بها ثقل (ب)
قدره ١ كجم واضح أنه يمكن التعبير
عن وضع الميزان في هذه الحالة بالمتباينة : $١ < ٢$
أو : $٢ < ١$

ملاحظة :

يمكن استنتاج خواص علاقة التباين السابقة في جميع علاقات التباين : $>$ أو $<$ أو \leq أو \geq

مثال (٢) : أوجد مجموعة حل المتباينة التالية : $3s + 1.0 > 1$

[١] حيث : $s \in \mathbb{P}$ ، ثم مثل الحل على خط الأعداد

[٢] حيث : $s \in \mathbb{V}$ ، ثم مثل الحل على خط الأعداد

الحل

$3s + 1.0 > 1$ بإضافة ($1.0 -$) للطرفين

$$3s + 1.0 - 1.0 > 1 - 1.0$$

$3s > 0$ بقسمة الطرفين على ٣ ينتج :

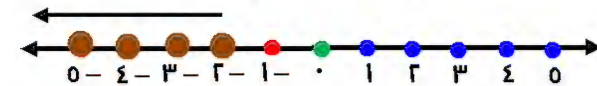
$$s > 0$$

[١] و حيث : $s \in \mathbb{P}$ غير ممكنة في \mathbb{P}

إذن : مجموعة الحل في $\mathbb{P} = \emptyset$

[٢] و حيث : $s \in \mathbb{V}$ ممكنة في \mathbb{V}

إذن : مجموعة الحل في $\mathbb{V} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$



(٢) أوجد مجموعة حل المتباينة التالية : $3s + 1.3 > 3$

في \mathbb{P} ، \mathbb{V}

(٣) أوجد مجموعة حل المعادلات التالية في \mathbb{P} :

ثم مثل الحل على خط الأعداد

$$[١] s + 2 > 7$$

$$[٢] \quad ٣س - ١ \leq ٨$$

$$[٢] \quad ٥ - س < ٦$$

أحمد الشنتوري

(٤) أوجد مجموعة حل المتباينات التالية في ص: :
ثم مثل الحل على خط الأعداد
[١] $٢س - ٥ \geq ٧$

$$[٣] \quad ١ - ٢س \leq ٣$$

(٥) أختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] أي مما يلي يمثل متباينة

$$(\text{س} + ٣ , \text{س} < ٩ , \text{س} = ٢ , ٥ = ٣ + ٢)$$

[٢] العدد الذي يحقق المتباينة : $\text{س} - ١ < ٢$ هو

$$(١ , ٢ , ٣ , ٥)$$

[٣] العدد الذي يحقق المتباينة : $\text{س} > -٣$ هو

$$(-٢ , ٢ , -٤ , \text{صفر})$$

[٤] مجموعة حل المتباينة : $\text{س} \geq ٢ > ٣$ في ط هي

$$(\{ ٢ \} , \{ ٣ \} , \{ ٠ \} , \{ ٣ , ٢ \})$$

[٥] مجموعة حل المتباينة : $\text{س} > ١ \geq ١$ في ص هي

$$(\{ ١ - \} , \{ ٠ \} , \{ ١ , ١ - \} , \{ ١ , ٠ \})$$

[٦] مجموعة حل المتباينة : $\text{س} > ٢ > ٢$ في ص هي

$$(\{ ١ - \} , \{ ٠ \} , \{ ٢ - \} , \{ ٢ \})$$

[٧] أكبر عدد صحيح يحقق المتباينة : $\text{س} \geq ٣ > ٦$ هو

$$(٣ , ٤ , ٥ , ٦)$$

[٨] إذا كان : $\text{س} + ٥ < ٣$ فإن : $\text{س} \ni$

$$(\text{ط} , \emptyset , \text{ص} + , \text{ص} -)$$

[٩] العدد الذي يحقق المتباينة : $\text{س} > ٣$ هو

$$(-٣ , -٢ , -٤ , -٥)$$

[١٠] إذا كان : $\text{س} > ٣$ فإن : $\text{س} + ٥ >$

$$(٣ , ٤ , ٥ , ٨)$$

[١١] إذا كان : $\text{س} > \text{ص}$ فإن : $\text{س} - ٢ \dots - ٢ \text{ص}$

$$(< , = , >)$$

[١٢] إذا كان : $\text{س} > ٤$ فإن : $\text{س} - ٢ \dots$

$$(٣ , ٤ , ٥ , -٤)$$

(٦) عبر رمزياً عن كل مما يلي :

[١] س أصغر من $(١ -)$

[٢] س أكبر من أو تساوى ٥

[٣] س أصغر من أو تساوى ٦ و أكبر $(٢ -)$

[٤] س أصغر من ٥ و أكبر من ٢

أحمد الشنتوري

الوحدة الثالثة

الهندسة و القياس

الدرس الأول : المسافة بين نقطتين في مستوى الإحداثيات

أولاً : المسافة بين نقطتين على شعاع

نعلم أن :

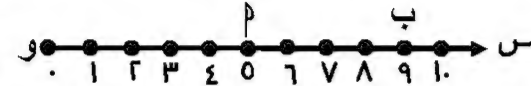
يمكن إيجاد المسافة بين أي نقطتين على شعاع أفقي أو شعاع رأسي من العلاقة :

المسافة بين نقطتين = عدد نقطة النهاية - عدد نقطة البداية

فمثلاً :

إذا كان الشعاع أفقياً

في الشكل المقابل :

الشعاع الأفقي $\overrightarrow{وس}$ مقسم لمسافات متساوية بدءاً من النقطة (و) التي تمثل العدد (صفر) و يليه الأعداد : ١ ، ٢ ، ٣ ،

فإذا كانت : النقطة م تمثل العدد ٥ ، والنقطة ب تمثل العدد ٩ فإن :

طول $\overline{م ب}$ (ب م) = $٩ - ٥ = ٤$ وحدات طول

إذا كان الشعاع رأسياً : في الشكل المقابل :

الشعاع الرأسى $\overrightarrow{وص}$ مقسم لمسافات متساوية بدءاً من النقطة (و) التي تمثل العدد (صفر)

فإذا كانت نقطة م تمثل العدد ٢ ، نقطة ب تمثل العدد ٧

، نقطة ح تمثل العدد ١٠ ،

فإن : ب م = $٧ - ٢ = ٥$ وحدات طول، م ح = $١٠ - ٢ = ٨$ وحدات طول، ب ح = $١٠ - ٧ = ٣$ وحدات طول

أحمد الشنتوري

ثانياً : المسافة بين نقطتين في مستوى الإحداثيات للأعداد الطبيعية

نعلم أن : يتحدد موضع أى نقطة في مستوى الإحداثيات للأعداد الطبيعية بزوج مرتب وحيد

ففي الشكل المقابل :

النقطة ع تناظر الزوج

المربى (٨ ، ٢) ،

و تكتب : ع (٨ ، ٢)

بالمثل : م (٢ ، ٤)

ب (٦ ، ٤) ،

ح (٢ ، ٨)

عند حساب المسافة

بين نقطتين :

(١) نحدد القطعة

المستقيمة

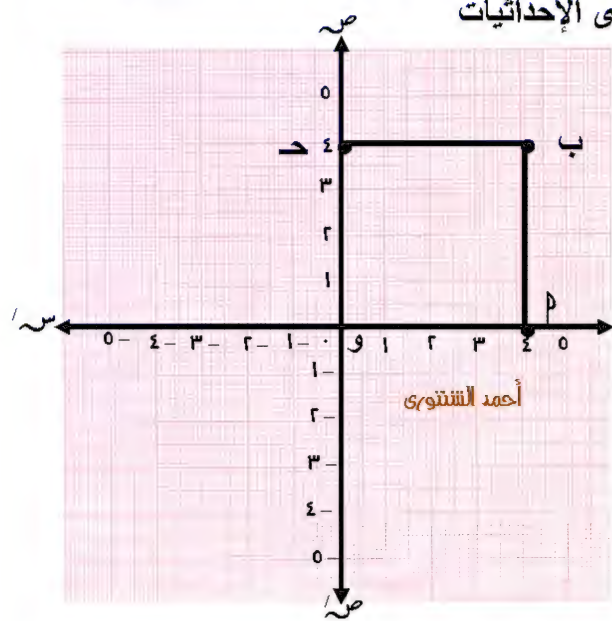
الواصلة بينهما

(٢) نحدد هل هي توازى $\overrightarrow{وس}$ أم $\overrightarrow{وص}$ (٣) إذا كانت توازى $\overrightarrow{وس}$ نحسب كأننا على شعاع أفقى ، وإذا كانت توازى $\overrightarrow{وص}$ نحسب كأننا على شعاع رأسىفمن الشكل السابق نجد : ب م = $٦ - ٢ = ٤$ وحدات طول، م ح = $٨ - ٢ = ٦$ وحدات طولو يكون : $\Delta م ب ح$ متساوى الساقين ، قائم الزاويةو تكون مساحته = $\frac{١}{٢} \times ٤ \times ٤$

= ٨ وحدة مساحة (وحدة مربعة)

أحمد الشنتوري

رابعاً : المسافة بين نقطتين في مستوى الإحداثيات للأعداد الصحيحة



الشكل المقابل يمثل مستوى الإحداثيات للأعداد الصحيحة

لاحظ : يتحدد موضع

أى نقطة بزوج مرتب

حساب المسافة بين

نقطتين : يتم كما كان

يحدث في مستوى ط

مع الأخذ في الاعتبار ط

(١) توسيع الأعداد و

تمديدتها بإضافة صـ

(٢) خواص الجمع و

الطرح فى صـ

من الشكل : م ب ح د ع

مربع

حيث : و (٠، ٠) ، م (٠، ٤) ، ب (٤، ٤) ، د (٤، ٠)

، م و = ٤ = | ٤ - ٠ | = | ٤ | وحدات طول

، م ب = ٤ = | ٤ - ٠ | = | ٤ | وحدات طول

، ب د = ٤ = | ٤ - ٠ | = | ٤ | وحدات طول

، د و = ٤ = | ٤ - ٠ | = | ٤ | وحدات طول

محيط المربع م ب د ح = ٤ × ٤ = ١٦ وحدة طول

مساحة المربع م ب د ح = ٤ × ٤ = ١٦ وحدة مربعة

$$١٦ = ٤ \times ٤ = \text{وحدة مربعة}$$

ثالثاً : المسافة بين نقطتين على خط مستقيم

يقصد بالخط المستقيم هذا خط الأعداد الصحيحة سواء أفقياً أو رأسياً

و كما نعلم فهو توسيع لشعاع الأعداد الطبيعية بإضافة صـ

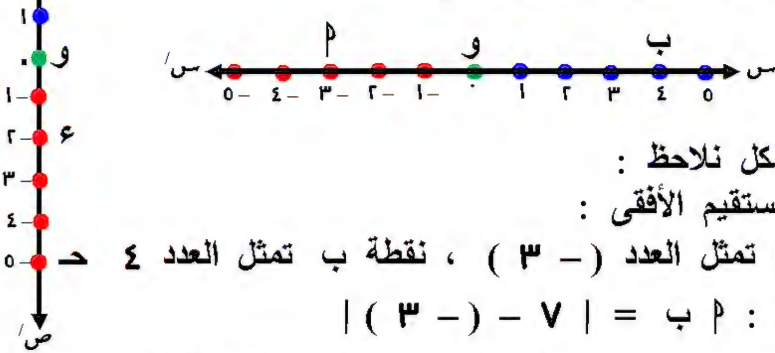
عند حساب المسافة على خط الأعداد الصحيحة :

نأخذ في الاعتبار

(١) القيمة المطلقة و هي =

| عدد نقطة النهاية - عدد نقطة البداية |

(٢) خواص الجمع و الطرح فى صـ



من الشكل نلاحظ :

على المستقيم الأفقى :

نقطة م تمثل العدد (٣ -) ، نقطة ب تمثل العدد ٤

و يكون : م ب = | (٣ -) - ٧ | =

= | ٣ + ٧ | = ١٠ وحدات طول

، م و = ٣ = | ٣ + ٠ | = | (٣ -) - ٠ | = ٣ وحدات طول

على المستقيم الرأسى :

نقطة د تمثل العدد (٠ -) ، نقطة ع تمثل العدد (٢ -)

، د ع = ٢ = | (٢ -) - (٠ -) | = | (٢ -) + (٠ -) | = ٢

وحدات طول

(١) في مستوى الإحداثيات المكمل : أكمّل :

[١] $P (\dots , \dots)$ ،ب (\dots , \dots) ،ح (\dots , \dots) ،ع (\dots , \dots) ،[٢] P ب = ... وحدة P ع = ... وحدة

ب ح = ... وحدة

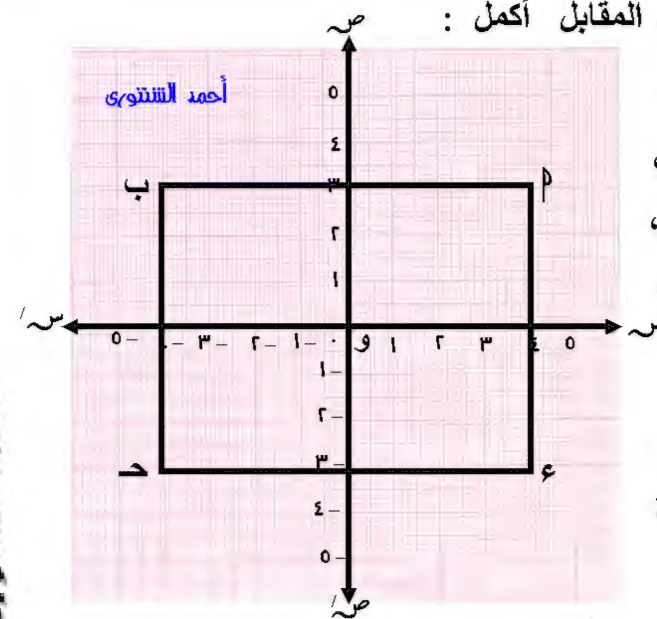
ح ع = ... وحدة

[٣] الشكل P ب ح ع يمثل : ...[٤] مساحة الشكل P ب ح ع = ... = ... وحدة مربعة[٥] محيط الشكل P ب ح ع = ... = ... وحدة طول[٦] حدد هل الشكل P ب ح ع متماثل حول محور السينات ؟

و لماذا ؟

[٧] حدد هل الشكل P ب ح ع متماثل حول محور الصادات ؟

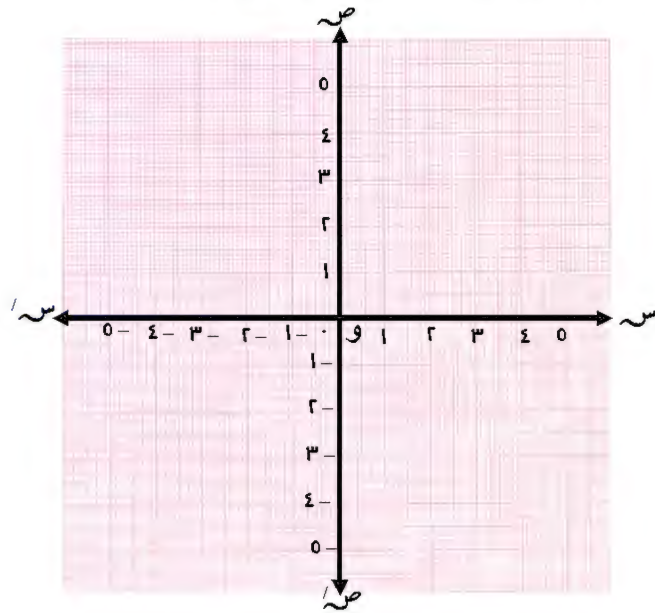
و لماذا ؟



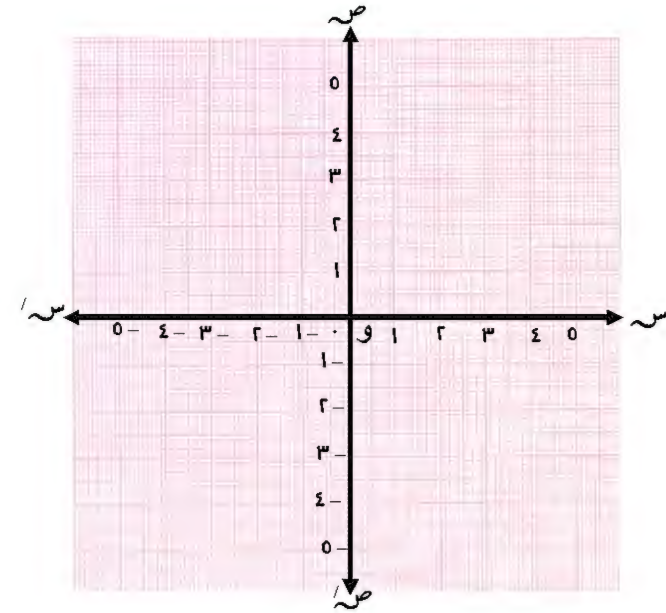
(٢) في مستوى الإحداثيات التالي :

[١] حدد النقط $P (-٢ , ١)$ ، ب $(٢ , ٣)$ ، ح $(٣ , ٦)$ ثم صل النقاط : P ، ب ، ح[٢] P ب = ... وحدة طول

[٣] ب ح = ... وحدة طول

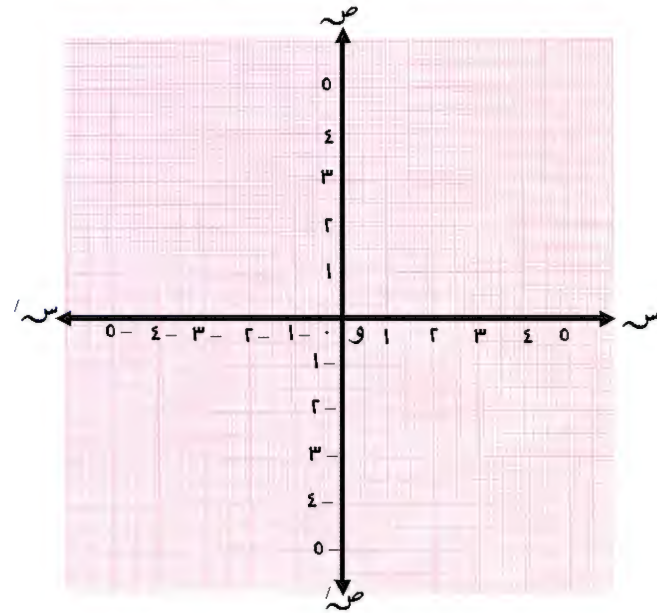
[٤] نوع $\triangle P$ ب ح بالنسبة لزاياه ...[٥] نوع $\triangle P$ ب ح بالنسبة لأضلاعه ...[٦] مساحة $\triangle P$ ب ح = ... وحدة مربعة

(٣) في مستوى الإحداثيات التالي :

[١] حدد النقط $P(0, 1)$ ، $B(1, 2)$ ، $C(2, 1)$ ، $D(1, 0)$ ع $(1, 2)$ ، ثم صل النقاط : P ، B ، C ، D ، E [٢] $P \rightarrow D = \dots$ وحدة طول[٣] $B \rightarrow E = \dots$ وحدة طول[٤] الشكل $P \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E$ يسمى[٥] مساحة الشكل $P \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E = \dots$ وحدة مربعة

أحمد الشنتوري

(٤) في مستوى الإحداثيات التالي :

[١] حدد النقط $P(2, 2)$ ، $B(1, 2)$ ، $C(1, 1)$ ، $D(2, 1)$ ع $(2, 1)$ ، ثم صل النقاط : P ، B ، C ، D ، E [٢] $P \rightarrow B = \dots$ وحدة طول ، $P \rightarrow E = \dots$ وحدة طول[٣] $B \rightarrow D = \dots$ وحدة طول ، $D \rightarrow E = \dots$ وحدة طول[٤] الشكل $P \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E$ يسمى[٥] محيط الشكل $P \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E = \dots$ وحدة طول[٦] مساحة الشكل $P \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E = \dots$ وحدة مربعة

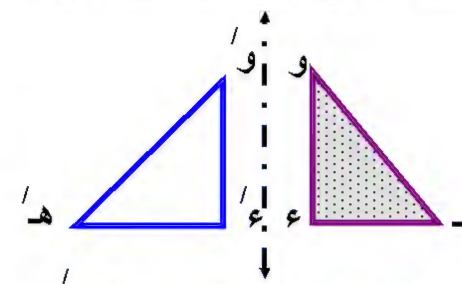
أحمد الشنتوري

الدرس الثاني : التحويلات الهندسية (الانتقال)

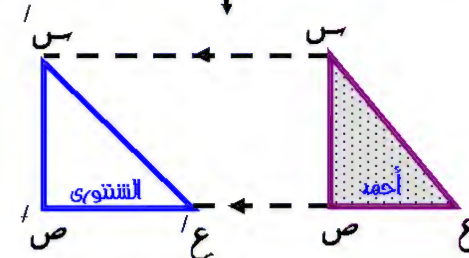
نعلم أن :

(١) التحويلة الهندسية :

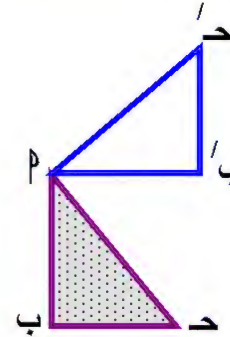
تحويل كل نقطة P في المستوى إلى النقطة P' في المستوى نفسه
(٢) في الأشكال التالية : تحول المثلث الملون إلى وضع آخر كما يلي :



(١) ما يعكس الشكل (الانعكاس)
يعكس الشكل في نقطة أو في
مستقيم يسمى محور الإنعكاس

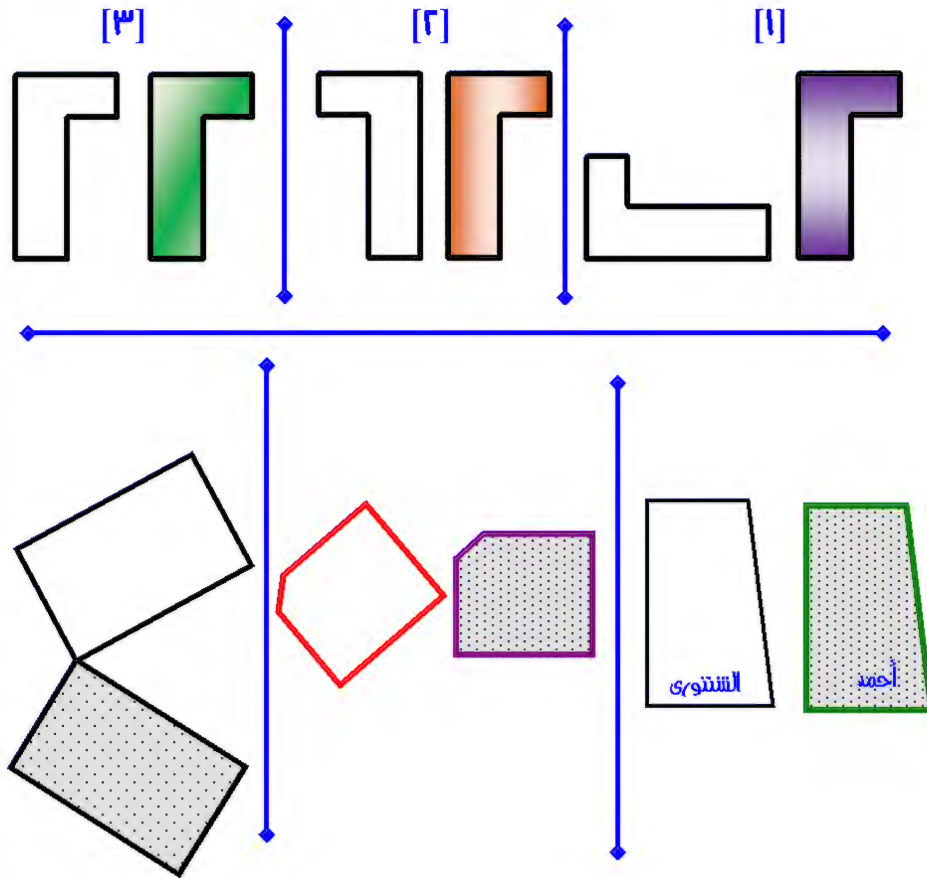


(٢) ينقل الشكل مسافة معينة
في اتجاه معين
(الانتقال)



(٣) يدور الشكل حول نقطة بزاوية محددة
(الدوران)

(١) صف نوع التحويلة الهندسية (انعكاس - انتقال - دوران)
التي تجعل الشكل المظلل صورة للشكل غير المظلل في ما يلي :



- [١] أن تتحرك السيارة كل المسافة من الموضع P إلى الموضع B
 [٢] أن تتحرك السيارة في اتجاه الموضع B

معنى ذلك : لكي يتم الانتقال يجب معرفة شيئين :
 [١] مقدار الانتقال [٢] اتجاه الانتقال

حالات الانتقال :

أولاً : انتقال نقطة في مستوى

(١) في مستوى الصفحة :

نشاط (١) :

من خلال مستوى الصفحة ارسم
 \overrightarrow{PM} كما بالشكل المقابل
 المطلوب : إزاحة النقطة P
 مسافة ٣ سم في اتجاه \overrightarrow{PM}

الحل

[١] ارسم من P شعاعاً يوازي \overrightarrow{PM}

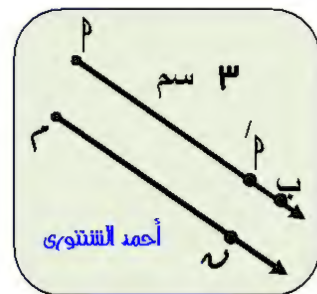
ليأخذ نفس اتجاهه و ليكن M'
 كما بالشكل المقابل

[٢] عين على M' النقطة P'

بحيث : $PP' = 3$ سم

لاحظ :

P' صورة النقطة P بارتفاع قدره ٣ سم في اتجاه \overrightarrow{PM}



كما نعلم أن :

(١) الإنعكاس في المستقيم L يحول كل نقطة P إلى النقطة P' ،

النقطة B إلى النقطة B' بحيث :

[١] إذا كانت $P \notin L$ فإن : المستقيم L ينصف القطعة العمودية PP'

[٢] إذا كانت $P \in L$ فإن : النقطة P' تنطبق على النقطة P

(٢) صورة قطعة مستقيمة بالانعكاس :

في الشكل المقابل :

$\overline{P'B'}$ صورة \overline{PB} بالانعكاس في

المستقيم L

ملاحظات :

[١] المستقيم L هو محور الانعكاس

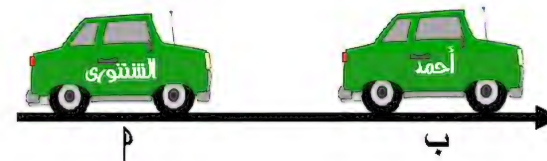
[٢] $P'B' = PB$ ، $\overline{P'B'} \parallel \overline{PB}$

[٣] الشكل $P'B'$ يسمى مستطيل

[٤] المستقيم L هو محور تماثل للشكل $P'B'$

و كذلك المستقيم L يمر بمنتصفي كل من : \overline{PB} ، $\overline{P'B'}$

الانتقال



تمهيد :

في الشكل المقابل :

لكي تنتقل السيارة من

الموضع P إلى الموضع

B لابد من شيئين هما :

أحمد الشنتوري

(٢) في مستوى الإحداثيات للأعداد الصحيحة

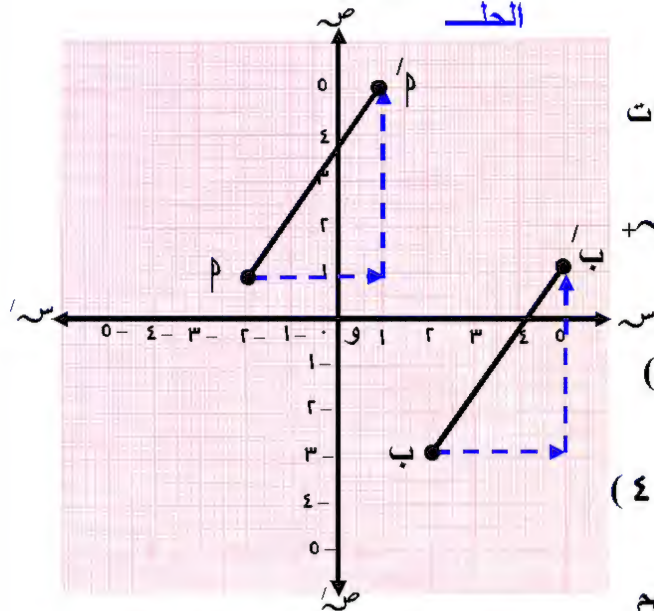
الانتقال في مستوى الإحداثيات :

يحول كل نقطة P في المستوى إلى نقطة P' في نفس المستوى عن طريق إزاحة (ح) في اتجاه س يتبعها (ع) إزاحة في اتجاه ص ، بحيث :

$$P(س، ص) = (س + ح، ص + ع)$$
مثال (١) : في المستوى الإحداثي أوجد صورة النقطتين :

$$P(٢، ١) ، B(٢، -٣)$$

$$\text{بالانتقال } (س + ٣، ص + ٤)$$

الحل

نحدد مقدار و اتجاه الانتقال و هو : ٣ وحدات في اتجاه س + ، ٤ وحدات في اتجاه ص + نوجد صورة كل نقطة على حدة

$$P'(٢ + ٣، ١ + ٤) = (٥، ٥)$$

$$B'(٢ + ٣، -٣ + ٤) = (٥، ١)$$

$$B'(٢ + ٣، -٣ + ٤) = (٥، ١)$$

$$P'(٢ + ٣، ١ + ٤) = (٥، ٥)$$

لاحظ : النقاط و الأسهم

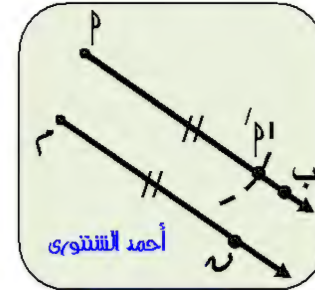
على الرسم توضح تتابع الانتقال مقداراً و اتجاهاً في كل حالة

أحمد الشنتوي

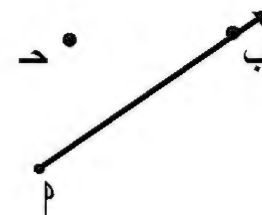
نشاط (٢) :

من خلال مستوى الصفحة ارسم

كما بالشكل المقابل

المطلوب : ايجاد صورة النقطة P بانتقال $س$ في اتجاه $ص$ الحل**١** ارسم من P شعاعاً يوازي $ص$ ليأخذ نفس اتجاهه و ليكن P' **٢** ركز سن الفرجار عند $س$ ،و سن القلم الرصاص عند $ص$ **٣** خذ نفس الفتحة ، و ركز سنالفرجار عند P ، و ارسم قوساًمن دائرة نصف قطرها يساوي $(س، ص)$ **٤** نقطة تقاطع القوس مع P' هي P' **لاحظ :** P' صورة النقطة P بانتقال قدره $(س، ص)$ في اتجاه $ص$

$$P'P = س، \quad P'P' \parallel P'P$$

(٢) أوجد صورة النقطة ح بانتقال (ب ، ب)في اتجاه P' 

أحمد الشنتوي

(٣) في المستوى الإحداثي أوجد صورة النقطتين :

$$P(-1, 0) , B(1, -1)$$

بالانتقال (س - ٢ ، ص + ٣)

نحدد مقدار و اتجاه الانتقال

و هو : وحدات في

اتجاه ، وحدات

في اتجاه

نوجد صورة كل نقطة على حدة

$$P' = (\dots , \dots)$$

$$= (\dots , \dots)$$

$$B' = (\dots , \dots)$$

$$= (\dots , \dots)$$

(٤) أكمل :

[١] صورة النقطة $(-1, 3)$ بالانتقال $(2, -3)$ هي (\dots , \dots) [٢] صورة النقطة $(2, -4)$ بالانتقال $(0, 4)$ هي (\dots , \dots) [٣] صورة النقطة $(0, 1)$ بالانتقال $(3, -1)$ هي (\dots , \dots) [٤] صورة النقطة $(-4, -1)$ بالانتقال $(1, 0)$ هي (\dots , \dots)

(٥) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] صورة النقطة $(3, -2)$ بالانتقال $(4, 2)$ هي

$$[(0, 1), (-1, 4), (0, 7), (-1, 7)]$$

[٢] صورة النقطة $(-4, 3)$ بالانتقال $(1, -4)$ هي

$$[(1, 7), (-1, 0), (1, 0), (3, 7)]$$

[٣] إذا كانت : صورة النقطة (P, B) بالانتقال $(3, -2)$ هيالنقطة $(-4, 0)$ فإن : النقطة $(P, B) = \dots$

$$[(1, 3), (7, 7), (3, 1), (7, 7)]$$

[٤] إذا كانت : النقطة (P, B) هي صورة النقطة $(3, -2)$ بالانتقال $(1, 3)$ فإن : النقطة $(P, B) = \dots$

$$[(1, 4), (-1, 4), (4, 1), (1, 4)]$$

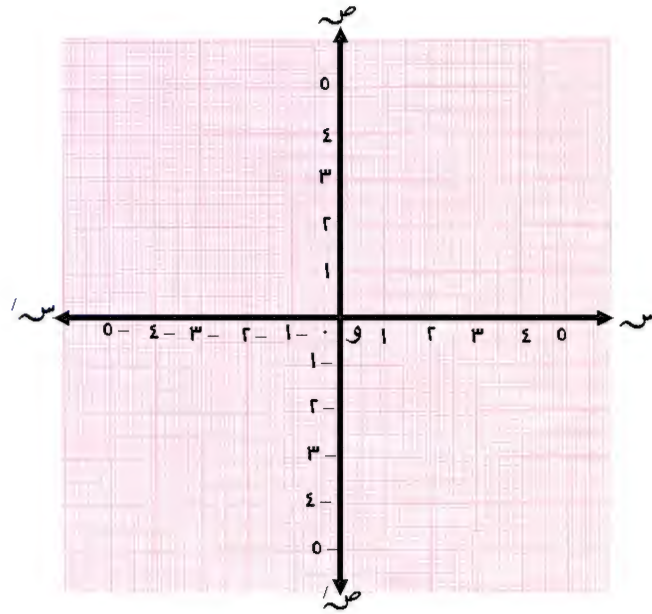
(٦) أكمل الجدول التالي :

الصورة	الانتقال	النقطة	
....	$(1, 3)$	$(2, 3)$	[١]
$(4, 2-)$	$(1-, 2-)$	[٢]
$(0, 1)$	$(0-, 1)$	[٣]
....	$(1, 1-)$	$(4-, 4-)$	[٤]

(٧) في المستوى الإحداثي أوجد صورة حيث :

$$P(-4, 1), B(-2, 4)$$

$$\text{بالإنتقال } (S+0, S-0)$$



$$P' = (\dots , \dots) = (\dots , \dots) = P$$

$$B' = (\dots , \dots) = (\dots , \dots) = B$$

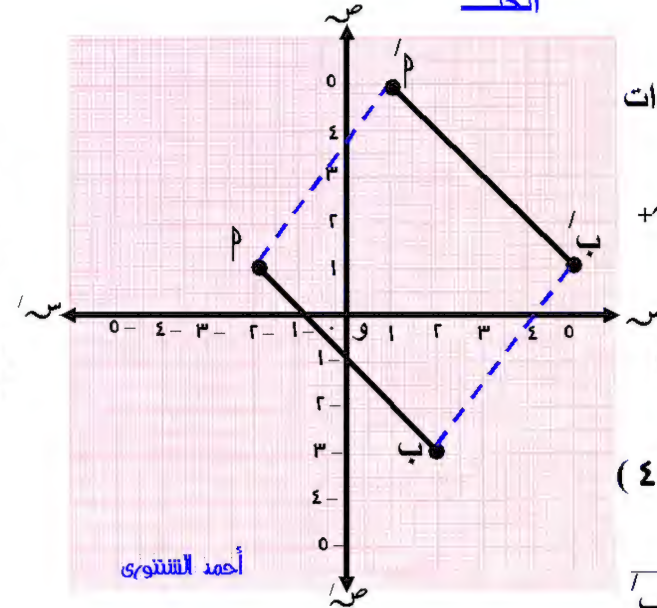
ثانياً : انتقال نقطة في مستوى الإحداثيات للأعداد الصحيحة

مثال (٢) : في المستوى الإحداثي أوجد صورة $\overline{P'B'}$ حيث :

$$P(-2, 1), B(2, 3)$$

$$\text{بالإنتقال } (S+3, S+2)$$

الحل



نحدد مقدار و اتجاه الإنتقال و هو : ٣ وحدات

في اتجاه س + ،

٤ وحدات في اتجاه ص +

نوجد صورة كل نقطة على حدة

$$P' = (-2+3, 1+2) = (1, 4)$$

$$= (0, 1)$$

$$B' = (2+3, 3+2) = (5, 5)$$

$$= (1, 0)$$

نرسم $\overline{P'B'}$ فتكون $\overline{P'B'}$

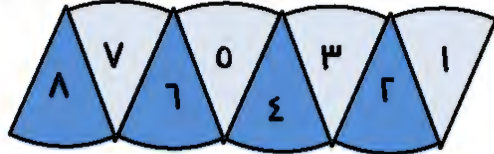
هي صورة $\overline{P'B'}$ بالإنتقال (س + ٣ ، ص + ٤)

لاحظ :

$$P'B' = P'B, \quad \overline{P'B'} \parallel \overline{P'B}$$

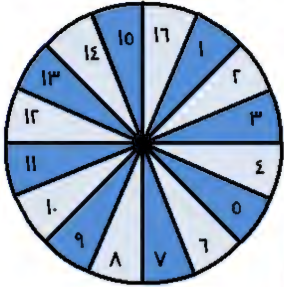
، الشكل $P'B'$ متوازي أضلاع

من ١ إلى ٨ ، قص الدائرة ثم قص القطاعات الثمانية الناتجة كل على حدة ، ألصق هذه القطاعات مرتبة كما بالشكل التالي :



لعلك تلاحظ أن الشكل الناتج من ترتيب القطاعات أقرب ما يكون إلى المستطيل

ارسم الدائرة السابقة بقطاعاتها الثمانية ثم قسمها إلى ١٦ قطاعاً دائرياً متساوياً وذلك برسم قطر بين كل قطرين ليصبح لديك إلى ٨ أقطار و ١٦ قطاعاً دائرياً متساوياً و رقم هذه القطاعات من ١ إلى ١٦ كم بالشكل المقابل ، قص القطاعات و ألصقها مرتبة كما بالشكل التالي :



لاحظ :

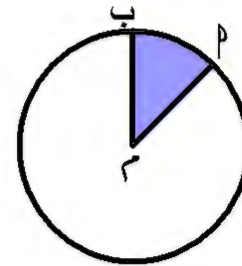
- (١) اقترب الشكل الناتج إلى المستطيل أكثر من سابقه
- (٢) كلما زاد عدد القطاعات يقترب الشكل أكثر و أكثر من شكل المستطيل
- (٣) طول المستطيل في الشكل الناتج = نصف محيط الدائرة = πr
- (٤) عرض المستطيل في الشكل الناتج = r

أحمد الشنتوري

الدرس الثالث : مساحة الدائرة

تمهيد :

في الشكل المقابل :
الجزء المظلل يمثل القطاع الدائري
(θ ب) أو (θ م)



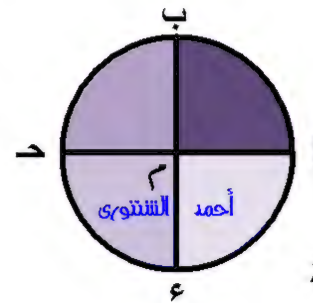
القطاع الدائري :

هو جزء من سطح دائرة يتحدد بقوس و نصفي القطرين المارين بنهايتي القوس

ملاحظة :

في الشكل المقابل :

دائرة مركزها م فيها \overline{PM} ، \overline{BM} ،
قطران ، \overline{PM} ، \overline{BM} ، \overline{PM} ، \overline{BM} ،
أنصاف أقطار ، نلاحظ :

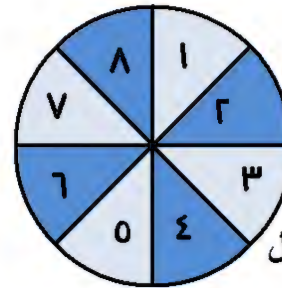


تم تقسيم الدائرة إلى ٤ قطاعات دائرية متساوية

في المساحة ، و مساحة أى قطاع منها = $\frac{1}{4}$ مساحة الدائرة ، و أقواسها متساوية في الطول

نشاط :

ارسم الدائرة السابقة على ورق مقوى ثم قسمها إلى ٤ قطاعات دائرية متساوية و ذلك برسم قطرين آخرين ينصفان الزوايا القوائم الأربع بين القطرين ثم رقم القطاعات الناتجة كما بالشكل المقابل



أحمد الشنتوري

معنى ذلك أن : مساحة الدائرة = مساحة المستطيل في الشكل الناتج

$$= \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$\pi = \text{نق} \times \text{نق} = \pi \text{ نق}^2$$

مما سبق نستنتج : مساحة سطح الدائرة $\pi = \pi \text{ نق}^2$

ملاحظة :

π هي النسبة التقريبية بين محيط الدائرة و طول القطر

$$\pi = \frac{22}{7} \text{ أو } 3,14$$

(نق) اختصار لعبارة (نصف القطر) و تعبر عن طوله
" يمكن استخدام الآلة الحاسبة لإجراء التقريب للتوصل إلى الحلول المطلوبة "

تذكر : محيط الدائرة $= \pi \times \text{طول القطر} = \pi 2 \text{ نق}$

مثال (١) : دائرة طول نصف قطرها ٣,٥ سم أحسب مساحة سطحها

$$(\pi = \frac{22}{7})$$

الحل

مساحة سطح الدائرة $\pi = \pi \text{ نق}^2$

$$= \frac{22}{7} \times 3,5 \times 3,5 = 38,5 \text{ سم}^2$$

(١) : دائرة طول نصف قطرها ٢,١ سم أحسب مساحة سطحها

$$(\pi = \frac{22}{7})$$

مثال (٢) : دائرة طول قطرها ٢٨ سم أوجد مساحة سطحها

$$(\pi = \frac{22}{7}) \text{ و إذا قسمت إلى ٨ قطاعات دائرية}$$

متساوية المساحة أحسب مساحة سطح القطاع الواحد

الحل

$$\text{نق} = \frac{28}{2} = 14 \text{ سم}$$

مساحة سطح الدائرة $\pi = \pi \text{ نق}^2$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 716 \text{ سم}^2$$

مساحة سطح القطاع الواحد $= 716 \div 8 = 89,5 \text{ سم}^2$

(٢) دائرة طول نصف قطرها ٧,٧ سم أوجد مساحة سطحها

$$(\pi = \frac{22}{7}) \text{ و إذا قسمت إلى ٧ قطاعات دائرية}$$

متساوية المساحة أحسب مساحة سطح القطاع الواحد

مثال (٤) : دائرة محيطها ٣١,٤ سم أوجد مساحة سطحها

$$(\pi = ٣,١٤)$$

الحل

بما أن : محيط الدائرة $\pi r =$ ن

$$\text{إذن : } ٣١,٤ = \pi \times r = ٣,١٤ \times r \quad \text{ن} = ١,٢٨$$

$$\text{إذن : } ١,٢٨ = ٣١,٤ \div \pi = ١,٢٨ \quad \text{ن} = ٠ \text{ سم}$$

مساحة سطح الدائرة $\pi r^2 =$ ن

$$٧٨,٠ = ٠ \times ٠ \times ٣,١٤ = \text{سم}^2$$

(٤) دائرة محيطها ٨٨ سم أوجد مساحة سطحها $(\pi = \frac{٢٢}{٧})$

مثال (٣) : دائرة مساحة سطحها ١٠٤ سم^٢ أوجد محيطها $(\pi = \frac{٢٢}{٧})$

الحل

بما أن : مساحة سطح الدائرة $\pi r^2 =$ ن

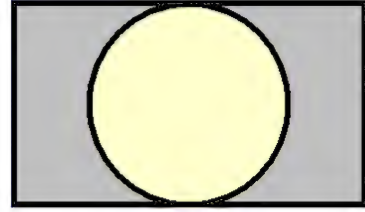
$$\text{إذن : } ١٠٤ = \pi \times r^2 = \frac{٢٢}{٧} \times r^2$$

$$\text{إذن : } r^2 = \frac{٧ \times ١٠٤}{٢٢} = ٧ \quad \text{ن} = ٧$$

$$\text{إذن : } r = ٧ \text{ سم}$$

$$\text{محيط الدائرة } \pi r = ٢ \times \pi \times ٧ = ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٧ = ٤٤ \text{ سم}$$

(٣) دائرة مساحة سطحها ٣١٤ سم^٢ أوجد محيطها $(\pi = ٣,١٤)$



(١) في الشكل المقابل :
مستطيل طوله ١٤ سم ، عرضه ٧ سم
مرسوم داخله دائرة
أوجد مساحة سطح الجزء المظلل
($\frac{22}{7} = \pi$)

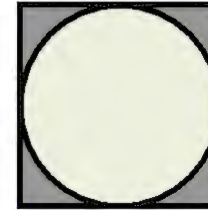


(٧) في الشكل المقابل :
مستطيل طوله ٨ سم ، عرضه ٦ سم
مرسوم داخل دائرة طول نصف قطرها
٥ سم أوجد مساحة سطح الجزء المظلل
($3,14 = \pi$)

(٥) أكمل الجدول التالي : (ن = نصف قطر الدائرة)

ن	π	محيط الدائرة	ن	مساحة الدائرة
١,٤ سم	$\frac{22}{7}$
....	٣,١٤	٦٢,٨ سم
....	$\frac{22}{7}$	١٣٨٦ سم ^٢
....	٣,١٤	١٦ سم ^٢

مثال (٥) : في الشكل المقابل :



دائرة نصف قطرها ٥ سم مرسومة
داخل مربع أوجد مساحة الجزء المظلل
($3,14 = \pi$)

الحل

مساحة سطح الدائرة = π ن

$$= 3,14 \times 0 \times 0 = 0 \text{ سم}^2$$

طول ضلع المربع = $2 \times 0 = 10$ سم

مساحة سطح المربع = طول ضلعه \times نفسه

$$= 10 \times 10 = 100 \text{ سم}^2$$

مساحة الجزء المظلل = مساحة المربع - مساحة الدائرة

$$= 100 - 0 = 100 \text{ سم}^2$$



[٤] الشكل المقابل يمثل ربع دائرة طول نصف قطرها

٢ سم ، محيط الشكل = سم

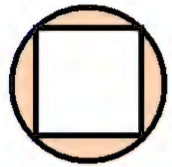
($\pi + ٤$ ، $\pi ٤ + ٤$ ، $\pi ٤$ ، $\pi ٢$)



[٥] الشكل المقابل يمثل ربع دائرة طول نصف قطرها

٢ سم ، مساحة الشكل = سم^٢

($\pi + ٢$ ، $\pi ٢ + ٢$ ، $\pi ٢$ ، π)

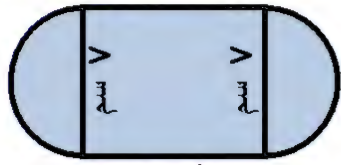


[٦] في الشكل المقابل : مربع مساحته ٤ سم^٢

مرسوم داخل دائرة مساحتها $\pi ٢$ سم^٢

مساحة المنطقة المظللة = سم^٢

($\pi ٤$ ، $\pi ٢ + ٤$ ، $٤ - \pi ٢$ ، $\pi ٢ - ٤$)

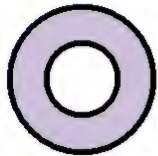


[٧] مساحة الجزء المظلل بالشكل المقابل

= سم^٢ ($\frac{٢٢}{٧} = \pi$)

٨ سم

(٨٩ ، ٩٨ ، ١٢٠ ، ٢١٠)



[٨] في الشكل المقابل : ($\pi = ٣,١٤$)

إذا كان : طول القطر الخارجى للحلقة ١٠ سم

، طول القطر الداخلى للحلقة = ٣ سم

فإن : مساحة الجزء المظلل = سم^٢ لأقرب سم

(٧٢ ، ٧١ ، ٢٢ ، ٢١)



(٨) في الشكل المقابل :

قسمت الدائرة إلى ثلاثة قطاعات متساوية المساحة

فإذا كانت مساحة سطح القطاع الواحد ٤,٦٢ سم^٢

أوجد طول نصف قطر الدائرة ($\frac{٢٢}{٧} = \pi$)

أحمد الشنتوي

(٩) أختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] مساحة سطح الدائرة =

(π ، π ، $\pi ٢$ ، $\pi ٢$)

[٢] مساحة سطح دائرة طول قطرها ٨ سم يساوى π سم^٢

(٤ ، ٨ ، ١٦ ، ٦٤)

[٣] طول نصف قطر دائرة مساحة سطحها $\pi ٩$ سم^٢ يساوى سم

(٣ ، ٩ ، ١٨ ، ٢٧)

الدرس الرابع : المساحة الجانبية و الكلية لكل من المكعب - متوازي المستطيلات

نعلم أن :

خواص متوازي المستطيلات	خواص المكعب
له ٨ رؤوس	له ٨ رؤوس
له ٦ أوجه كلها مستطيلات	له ٦ أوجه كلها مربعات
له ١٢ حرفاً	له ١٢ حرفاً
كل وجهين متقابلين متساويان فى المساحة	جميع الأوجه متساوية فى المحيط و المساحة
كل وجهين متقابلين متوازيان	جميع الأحرف متساوية فى الطول
حجمه = الطول × العرض × الارتفاع	حجمه = طول الحرف × نفسه × نفسه
حجمه = مساحة القاعدة × الارتفاع	

أحمد الشنتورى

لاحظ أن :

- [١] الأوجه (١) ، (٢) ، (٣) ، (٤) هى الأوجه الجانبية للمكعب
[٢] المساحة الجانبية للمكعب = مجموع مساحات تلك الأوجه

إذن : المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٤

- [٣] بطريقة أخرى : حين تم فرد المكعب نتج المستطيل $p \times b \times h$
المكون من الأوجه الجانبية
إذن : طول المستطيل = مجموع أطوال الأوجه الأربعة
(١) ، (٢) ، (٣) ، (٤)

التي تمثل (محيط قاعدة المكعب)
عرض المستطيل = طول الحرف $p \times b$ و هو ارتفاع المكعب

إذن : المساحة الجانبية للمكعب = محيط القاعدة × الارتفاع

(٢) المساحة الكلية للمكعب :

و بإضافة مساحتي القاعدتين إلى المساحة الجانبية ينتج :

المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٦

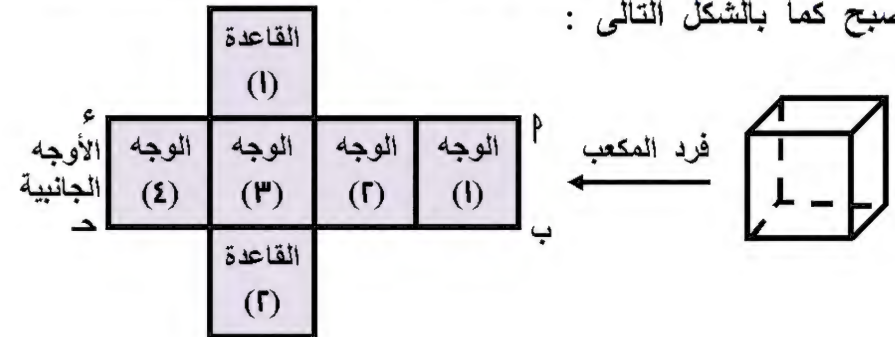
مثال (١) : مكعب طول حرفه ٥ سم أوجد مساحته الجانبية
و مساحته الكلية

الحل

المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٤

$$= 10 \times 4 = 40 \text{ سم}^2$$

(١) المساحة الجانبية للمكعب :
اعتبر علبة كرتون على شكل مكعب ، قم بفرد أوجه المكعب أفقياً
ليصبح كما بالشكل التالى :



(٢) مكعب مجموع أطوال أحرفه ٢٤ سم أوجد مساحته الجانبية و مساحته الكلية

المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد $\times 6$

$$= (0 \times 0) \times 6 = 0 \times 6 = 0 \text{ سم}^2$$

(١) مكعب طول حرفه ٣ سم أوجد مساحته الجانبية و مساحته الكلية

أحمد الشنتوري

مثال (٣) : مكعب مساحته الجانبية ١٩٦ سم^٢ أوجد مساحة الوجه الواحد و مساحته الكلية

مثال (٢) مكعب مجموع أطوال أحرفه ٤٨ سم أوجد مساحته الجانبية و مساحته الكلية

الحل

الحل

بما أن : المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد $\times 4$

طول الحرف الواحد = $48 \div 12 = 4$ سم

إذن : $196 =$ مساحة الوجه الواحد $\times 4$

المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد $\times 4$

إذن : مساحة الوجه الواحد = $196 \div 4 = 49$ سم^٢

$$= (4 \times 4) \times 6 = 16 \times 6 = 96 \text{ سم}^2$$

، المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد $\times 6$

المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد $\times 6$

$$= 49 \times 6 = 294 \text{ سم}^2$$

$$= 96 \times 6 = 576 \text{ سم}^2$$

(٣) مكعب مساحته الجانبية ٣٢٤ سم^٢ أوجد مساحة الوجه الواحد و مساحته الكلية

(٤) مكعب مساحته الكلية ٦٠٠ سم^٢ أوجد مساحة الوجه الواحد و مساحته الجانبية

أحمد الشنتوري

مثال (٤) : مكعب مساحته الكلية ٣٨٤ سم^٢ أوجد مساحة الوجه الواحد و مساحته الجانبية

الحل

بما أن : المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد $\times 6$

إذن : $384 = \text{مساحة الوجه الواحد} \times 6$

إذن : مساحة الوجه الواحد $= 384 \div 6 = 64$ سم^٢

، المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد $\times 4$

$= 64 \times 4 = 256$ سم^٢

المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات =
مساحته الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

مثال (٥) : متوازي مستطيلات طوله ٧ سم ، عرضه ٥ سم ، إرتفاعه ٤ سم أوجد مساحته الجانبية و مساحته الكلية

الحل

المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات = محيط القاعدة × الإرتفاع

$$= 2 \times (5 + 7) \times 4 = 2 \times 12 \times 4 = 96 \text{ سم}^2$$

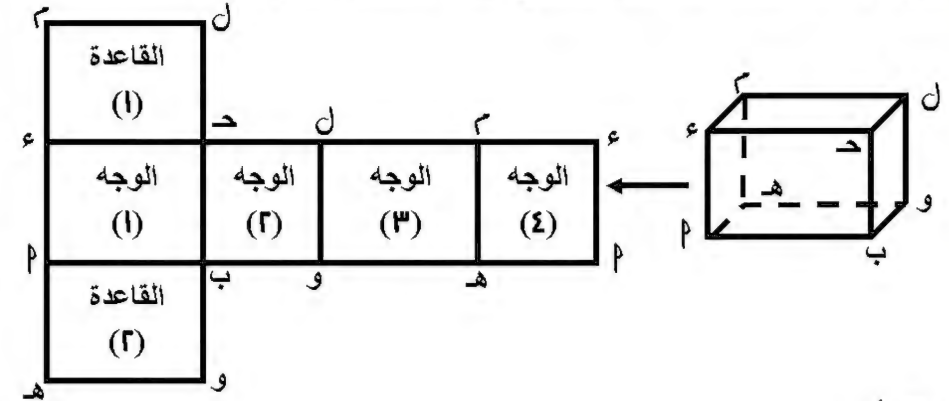
، مساحته الكلية = مساحته الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

$$= 96 + (5 \times 7) \times 2 = 96 + 70 = 166 \text{ سم}^2$$

(٦) متوازي مستطيلات طوله ٨ سم ، عرضه ٦ سم ، إرتفاعه ١٠ سم أوجد مساحته الجانبية و مساحته الكلية

(٣) المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات :

اعتبر علبة كرتون على شكل متوازي مستطيلات ، قم بفرد أوجه متوازي المستطيلات أفقياً ليصبح كما بالشكل التالي :



لاحظ أن :

[١] الأوجه (١) ، (٢) ، (٣) ، (٤) هي الأوجه الجانبية لمتوازي المستطيلات وهي مستطيلات عمودية على القاعدة ، عرض أي إرتفاع متوازي المستطيلات (ع)

[٢] المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات = مجموع مساحات تلك الأوجه

$$= (ع \times ب) + (ع \times و) + (ع \times هـ) + (ع \times ب) =$$

$$= ع \times (ب + و + هـ + ب) =$$

$$= محيط القاعدة \times الإرتفاع$$

المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات = محيط القاعدة × الإرتفاع

(٤) المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات :

و بإضافة مساحتي القاعدتين إلى المساحة الجانبية ينتج :

(٨) مكعب طول حرفه ١٢ سم ، قطع عند أحد أحرفه متوازي مستطيلات أبعاده ٣ سم ، ٢ سم ، ١ سم أوجد المساحة الكلية للجزء المتبقى من المكعب

(٩) حمام سباحة بعدى قاعدته ٤ م ، ١٠ م ، و ارتفاعه ٢,٥ م يراد تغطيته ببلاط سيراميك طول ضلع البلاطة ٢٥ سم أوجد عدد البلاط اللازم لذلك ، ثم أوجد تكلفة تبليط الحمام إذا كان سعر المتر المربع من السيراميك ٤٥ جنيهاً و مصنعية تبليط المتر الواحد ٥ جنيهاً

مثال (٦) : حجرة على شكل متوازي مستطيلات طولها ٤ م ، عرضها ٣,٥ م ، إرتفاعها ٣ م ، يراد طلاء حوائطها و سقفها فإذا كان بها فتحات تشغل ٤ م^٢ ، و تكاليف طلاء المتر المربع ١٥ جنيهاً أوجد تكاليف الطلاء

الحل

$$\text{المساحة الجانبية للحجرة} = ٢ \times (٣,٥ + ٤) \times ٣ = ٤٥ \text{ م}^٢$$

$$\text{المساحة الكلية للحجرة} = ٤٥ + (٣,٥ \times ٤) = ٥٩ \text{ م}^٢$$

$$\text{مساحة ما يتم طلاؤه} = ٥٩ - ٤ = ٥٥ \text{ م}^٢$$

$$\text{تكاليف الطلاء} = ١٥ \times ٥٥ = ٨٢٥ \text{ جنيهاً}$$

(لاحظ أن : الحجرة هو متوازي مستطيلات له قاعدة واحدة حيث : لن يتم طلاء الأرضية)

(٧) حجرة على شكل متوازي مستطيلات طولها ٤,٥ م ، عرضها ٣,٥ م ، إرتفاعها ٣ م ، يراد طلاء حوائطها و سقفها فإذا كان بها فتحات تشغل ٨ م^٢ ، و تكاليف طلاء المتر المربع ١٦ جنيهاً أوجد تكاليف الطلاء

(١٠) فرخ من الورق المقوى مستطيل الشكل بعاده ١٠ سم ، ٧ سم ، صنعت منه ٦ صناديق بدون غطاء كل منها على شكل متوازي مستطيلات أبعاده ٢ سم ، ١٥ سم ، ١ سم أوجد مساحة الورق المتبقى

أحمد الشنتوري

[٣] ارتفاع متوازي المستطيلات الذي مساحته الجانبية ٢٤ سم^٢ و قاعدته على شكل مربع طول ضلعه ٦ سم يساوى سم
(١٠ ، ٦ ، ٥ ، ٣)
[٤] إذا كان محيط وجه مكعب ١٢ سم فإن مساحته الكلية تساوى
تساوى سم^٢

(٢٤ ، ٥٤ ، ٦٠ ، ٧٢)
[٥] ارتفاع متوازي المستطيلات الذي مساحته الجانبية ٢٠ سم^٢ و بعدا قاعدته ١٢ سم ، ٨ سم يساوى سم
(١٢ ، ٨ ، ٥ ، ٤)
[٦] إذا ضوعف كل بعد من أبعاد متوازي مستطيلات فإن النسبة بين المساحة الكلية له و المساحة الكلية الجديدة تساوى
(٢:١ ، ٤:١ ، ٨:١ ، ١٦:١)

[٧] إذا كانت قاعدة متوازي المستطيلات على شكل مربع ، مساحته الجانبية ٢٤ سم^٢ ، مساحته الكلية ٤٤ سم^٢ فإن طول ضلع قاعدته يساوى سم
(١٠ ، ١٢ ، ١٥ ، ٢٠)
[٨] إذا كانت المساحة الجانبية لمكعب ٦٤ سم^٢ فإن : حجمه يساوى
.... سم^٣

(١١) أختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :
[١] المساحة الجانبية لمتوازي مستطيلات طوله ٦ سم ، عرضه ٤ سم ، ارتفاعه ٨ سم تساوى سم^٢
(٤٠ ، ٦٠ ، ٨٠ ، ١٠٠)
[٢] طول حرف المكعب الذي مساحته الكلية لمكعب ١٥ سم^٢ يساوى سم
(٢٥ ، ١٥ ، ١٠ ، ٥)

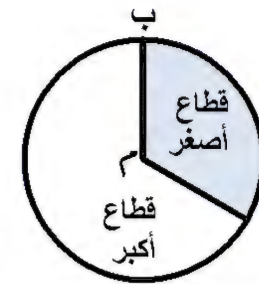
الوحدة الرابعة

الإحصاء و الاحتمال

الدرس الأول : تمثيل البيانات الإحصائية بالقطاعات الدائرية

أولاً : تقسيم سطح الدائرة إلى قطاعات دائرية
القطاع الدائري :

نعلم أن :



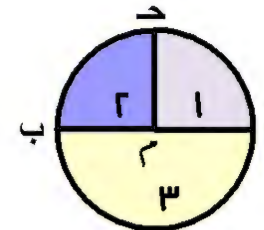
الجزء المظلل من سطح الدائرة بالشكل المقابل
يمثل القطاع الدائري (م ب)

يسمى القطاع المظلل (م ب) بالقطاع الأصغر
لأن : مساحة سطحه أقل من نصف مساحة
سطح الدائرة

يسمى القطاع غير المظلل (م ب) بالقطاع الأكبر
لأن : مساحة سطحه أكبر من نصف مساحة سطح الدائرة

زاوية القطاع الدائري :

لكل قطاع دائري زاوية تسمى (زاوية القطاع الدائري)
و هي زاوية مركزية لأن رأسها عند مركز الدائرة
مثل : (م ب ب) في الشكل السابق



مثال (١) : بدراسة الشكل المقابل نلاحظ :

[١] مساحة سطح القطاع (١)

= $\frac{1}{4}$ مساحة سطح الدائرة

، زاوية القطاع (١) هي (م ب ب) و قياسها = 90°

[٢] مساحة سطح القطاع (٢) = $\frac{1}{4}$ مساحة سطح الدائرة

، زاوية القطاع (٢) هي (م ب م) و قياسها = 90°

[٣] مساحة سطح القطاع (٣) = $\frac{1}{4}$ مساحة سطح الدائرة

، زاوية القطاع (٣) هي (م ب ب) و قياسها = 180°

معنى ذلك :

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول مركز الدائرة = 360°



(١) إدرس الشكل المقابل ثم أكمل :

[١] مساحة سطح أى قطاع

= مساحة سطح الدائرة

[٢] قياس زاوية أى قطاع =

مثال (٢) : أخذ خالد من والده مبلغ ١٠٠ جنيهه اشترى قميص ثمنه ٥٠ جنيهه
، ساعة ثمنها ٢٥ جنيهه و أدر الباقى مثل ذلك بالقطاعات الدائرية

الحل

المبلغ كله يمثل ١٠٠ % من مساحة سطح الدائرة

ثمن القميص = ٥٠ جنيهه يمثل $\frac{1}{2}$ المبلغ أى : ٥٠ % من ١٠٠ جنيهه

و يمكن تمثيله بقطاع مساحته = $\frac{1}{2}$ مساحة سطح الدائرة

ثمن الساعة = ٢٥ جنيهه ، يمثل $\frac{1}{4}$ المبلغ أى : ٢٥ % من ١٠٠ جنيهه

ثانياً : تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية

لتمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية يتم تقسيم سطح الدائرة إلى قطاعات وفقاً للنسب المئوية لكل قطاع و ذلك بحساب قياس الزاوية المركزية لكل قطاع ورسمها مع مراعاة أن :

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول مركز الدائرة = 360°

مثال (٣) : الجدول التالي يوضح النسب المئوية للمواد المفضلة بين تلاميذ إحدى المدارس الابتدائية مثل ذلك بالقطاعات الدائرية

المادة المفضلة	لغة عربية	رياضيات	علوم	دراسات إجتماعية
النسبة	٣٥ %	٣٠ %	٢٠ %	١٥ %

الحل

الخطوات :

(١) نرسم الدائرة بنصف قطر طوله مناسب

(٢) نحسب قياس الزاوية المركزية لكل قطاع على حدة كما يلي :

$$\text{قياس الزاوية المركزية لقطاع اللغة العربية} = \frac{35}{100} \times 360^\circ = 126^\circ$$

$$\text{قياس الزاوية المركزية لقطاع الرياضيات} = \frac{30}{100} \times 360^\circ = 108^\circ$$

$$\text{قياس الزاوية المركزية لقطاع العلوم} = \frac{20}{100} \times 360^\circ = 72^\circ$$

$$\text{قياس الزاوية المركزية لقطاع الدراسات الإجتماعية} =$$

$$\frac{15}{100} \times 360^\circ = 54^\circ$$

(٣) نرسم \overline{MP} نصف قطر للدائرة و هو خط البداية لتحديد و رسم زاوية قياسها 126° لينتج القطاع MPB ، و هو قطاع اللغة العربية

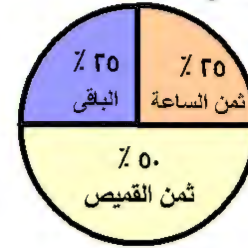
أحمد الشنتوي

و يمكن مثيله بقطاع مساحته = $\frac{1}{4}$ مساحة سطح الدائرة

$$\text{الباقى} = 100\% - (20\% + 20\%) = 60\%$$

$\frac{1}{4}$ مساحة سطح الدائرة

الشكل المقابل يوضح ذلك



(٢) عند سؤال مجموعة من الشباب عن البرامج التلفزيونية التي يفضلون

مشاهدتها تبين ما يلي : ٥٠ % يفضلون البرامج الرياضية ، ٢٥ %

يفضلون البرامج الموسيقية ، ١٢,٥ % يفضلون البرامج الثقافية ،

١٢,٥ % يفضلون البرامج الإخبارية مثل ذلك بالقطاعات الدائرية

مثال (٤) : الجدول التالي يوضح النسب المئوية للألعاب المفضلة لتلاميذ إحدى المدارس الابتدائية مثل ذلك بالقطاعات الدائرية

النسبة	كرة القدم	الكرة الطائرة	السباحة	كرة السلة
	٤٠ %	٢٠ %	١٥ %	٢٥ %

و إذا كان عدد التلاميذ ١٦٠ تلميذاً ، أوجد عدد التلاميذ الذين يفضلون كرة القدم

الحل

$$\text{قياس الزاوية المركزية لقطاع كرة القدم} = \frac{40}{100} \times 360 = 144^\circ$$

$$\text{قياس الزاوية المركزية لقطاع الكرة الطائرة} = \frac{20}{100} \times 360 = 72^\circ$$

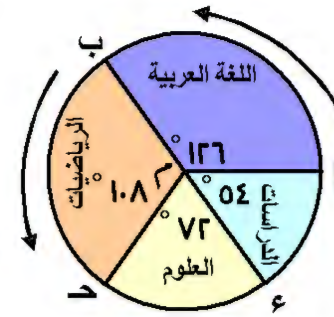
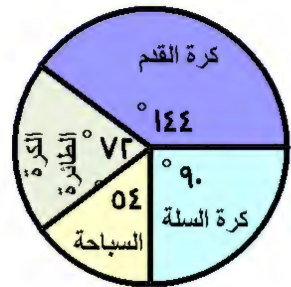
$$\text{قياس الزاوية المركزية لقطاع السباحة} = \frac{15}{100} \times 360 = 54^\circ$$

$$\text{قياس الزاوية المركزية لقطاع كرة السلة} = \frac{25}{100} \times 360 = 90^\circ$$

الشكل المقابل يوضح ذلك

عدد التلاميذ الذين يفضلون كرة القدم

$$= \frac{40}{100} \times 160 = 64 \text{ تلميذاً}$$



(٤) نعتبر $\overline{م ب}$ خط البداية لتحديد و رسم

زاوية قياسها 108° لينتج القطاع

$\overline{م د}$ ، و هو قطاع الرياضيات

(٥) نعتبر $\overline{م ح}$ خط البداية لتحديد و رسم

زاوية قياسها 72° لينتج القطاع

$\overline{م ع}$ ، و هو قطاع العلوم

(٦) نعتبر $\overline{م ا}$ خط البداية لتحديد و رسم زاوية قياسها 54° لينتج

القطاع $\overline{م ا}$ ، و هو قطاع الدراسات الاجتماعية

الشكل المقابل يوضح ذلك

(٣) الجدول التالي يوضح نسب ما يستغرقه حسن من ساعات في مذاكرة

بعض المواد خلال أسبوع مثل ذلك بالقطاعات الدائرية

المادة	لغة عربية	رياضيات	علوم	دراسات إجتماعية
النسبة	٣٠ %	٤٠ %	٢٠ %	١٠ %

قياس الزاوية المركزية لقطاع اللغة العربية =

$$.... = 360^\circ \times$$

قياس الزاوية المركزية لقطاع الرياضيات =

$$.... = 360^\circ \times$$

قياس الزاوية المركزية لقطاع العلوم =

$$.... = 360^\circ \times$$

قياس الزاوية المركزية لقطاع الدراسات =

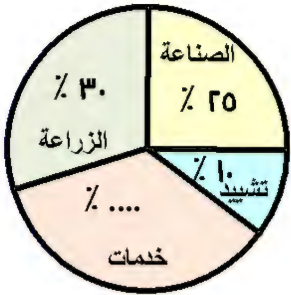
$$.... = 360^\circ \times$$

(٤) الجدول التالي يبين نسبة إنتاج خمسة مصانع لتعبئة الأرز

المصنع	الأول	الثاني	الثالث	الرابع	الخامس
النسبة	% ١٥	% ١٠	% ٢٠	% ٣٠	%

أكمل الجدول ، ثم مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية
و إذا كان إنتاج المصنع الرابع ٥٠ طناً ، أوجد إنتاج المصنع الأول

(٥) الشكل المقابل :



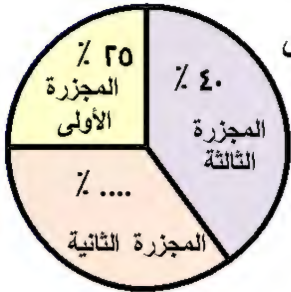
يبين مكونات الدخل القومي في مصر خلال
أحد الأعوام ، ادرس الشكل ثم أكمل :

[١] نسبة دخل الخدمات =

[٢] قياس الزاوية المركزية بالدرجات لنسبة

الدخل القومي في الزراعة =

(٦) الشكل المقابل :



يبين نسب إنتاج اللحوم في ثلاث مجازر خلال
أحد الشهور ، ادرس الشكل ثم أكمل :

[١] نسبة إنتاج المجزرة الثانية =

[٢] إذا كان : اجمالي إنتاج المجازر الثلاثة

٤٥٠٠ طناً في الشهر فإن :

إنتاج المجزرة الأولى = طناً

إنتاج المجزرة الثانية = طناً

إنتاج المجزرة الثالثة = طناً

أحمد الشنتوري

(V) الجدول التالي يوضح الحالة الاجتماعية لمجموعة من الأفراد

الحالة الاجتماعية	أعزب	متزوج	مطلق	أرمل	المجموع
عدد الأفراد	٣٥٠	٥٠٠	١٠٠	٥٠	١٠٠٠

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية

(٨) الجدول التالي يبين عدد الساعات الأسبوعية التي تقضيها ناهد في مراجعة المواد الدراسية

المادة الدراسية	لغة عربية	لغة انجليزية	رياضيات	علوم	دراسات
عدد الساعات	٩	٦	٧	٥	٩

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية

أحمد الشنتوي

الدرس الثاني : التجربة العشوائية

تمهيد :

عند إلقاء قطعة نقود معدنية فمن المؤكد أن تظهر صورة أو كتابة و لكن لا نستطيع الجزم (أو نصدر قرار) أن تظهر صورة أو كتابة إلا بعد إلقاء قطعة النقود (إجراء التجربة)
مثل هذه التجربة تسمى : التجربة العشوائية

التجربة العشوائية :

هي تجربة يمكن معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها ،
ولكن لا يمكن تحديد الناتج الذي سيحدث فعلاً إلا بعد إجرائها

أمثلة لتجارب عشوائية و نواتجها الممكنة :

التجربة العشوائية	الناتج الممكنة
إلقاء قطعة نقود مرة واحدة	صورة ، كتابة
نوع المولود لأسرة (دون وجود توأم)	ولد ، بنت
إلقاء حجر نرد مرة واحدة و ملاحظة عدد النقاط على الوجه العلوي	١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦
تكوين عدد مكون من الرقمين : ٣ ، ١	١١ ، ١٣ ، ٣١ ، ٣٣
نتيجة مباراة كرة قدم	فوز ، تعادل ، خسارة

فضاء العينة (ف) :

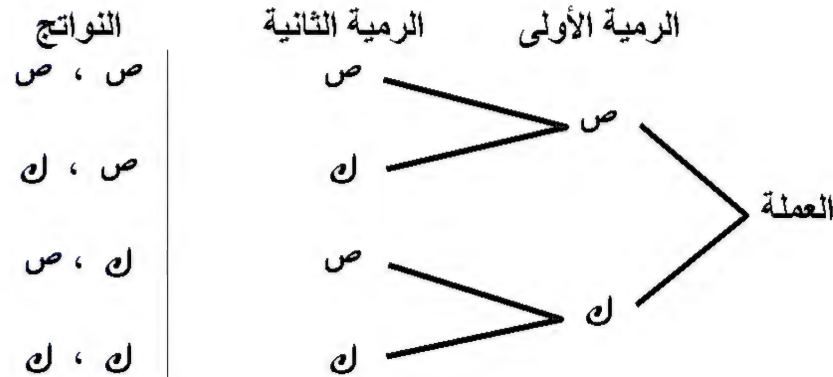
هو مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية

مثال (١) : إذا كانت التجربة العشوائية هي :

إلقاء قطعتي مختلفتين نقود مرة واحدة أوجد فضاء العينة

الحل

نستخدم الشجرة البيانية لتمثيل ذلك كما بالشكل التالي



فضاء العينة (ف)

$$= \{ (ص ، ص) ، (ص ، ن) ، (ن ، ص) ، (ن ، ن) \}$$

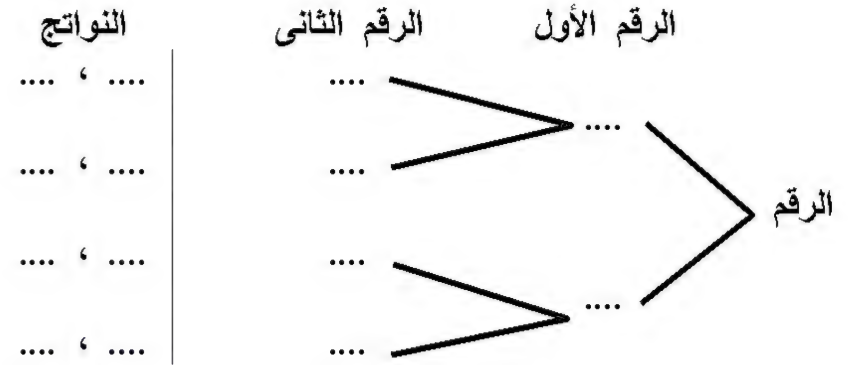
ملاحظة :

(١) إلقاء قطعتي نقود مرة واحدة يكافئ إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين
وهكذا

(٢) إلقاء حجر نرد مرة واحدة يكافئ إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين
وهكذا

(١) إذا كانت التجربة العشوائية هي :

الحصول على عدد مكون من رقمين هما ٢ ، ٤



فضاء العينة (ف) =

مثال (٢) : فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة أكتب الأحداث التالية :

[١] مجموع النقاط بالوجهين العلويين يساوى ٤

[٢] مجموع النقاط بالوجهين العلويين أقل من ٤

[٣] القيمة المطلقة للفرق بين النقاط بالوجهين العلويين يساوى ٤

الحل

[١] { (٢ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٣ ، ١) }

[٢] { (١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ، (١ ، ١) }

[٣] { (٦ ، ٢) ، (٢ ، ٦) ، (٥ ، ١) ، (١ ، ٥) }

(٢) فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة أكتب الأحداث التالية :

[١] مجموع النقاط بالوجهين العلويين يساوى ٥

....

[٢] مجموع النقاط بالوجهين العلويين أقل من ٥

....

[٣] القيمة المطلقة للفرق بين النقاط بالوجهين العلويين يساوى ٥

....

(٣) إذا كانت التجربة العشوائية هي سحب كرة من صندوق به خمس

كرات متماثلة (بيضاء ، حمراء ، سوداء ، زرقاء ، خضراء)
أكمل :

فضاء العينة =

(٤) إذا كانت التجربة العشوائية هي سحب بطاقة واحدة من صندوق به

بطاقات متماثلة و مرقمة من ١ إلى ١٠.

[١] فضاء العينة =

[٢] حدث أن تكون البطاقة تحمل عدداً يقبل القسمة على ٢

.... =

[٣] حدث أن تكون البطاقة تحمل عدداً أولياً =

[٤] حدث أن تكون البطاقة تحمل عدداً فردياً =

الدرس الثالث : الاحتمال

نعلم أن :

فضاء العينة للتجربة العشوائية (ف) :

هو مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية

يرمز : عدد عناصر فضاء العينة بالرمز n (ف)

فمثلاً :

(١) في تجربة إلقاء قطعة نقود مرة واحدة و ملاحظة الوجه الظاهر

يكون : ف = { ص ، ل } ، n (ف) = ٢

(٢) في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة و ملاحظة الوجه العدد

الظاهر على الوجه العلوي يكون :

ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ، n (ف) = ٦

مثال (١) : في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة أكتب الأحداث التالية

و عدد عناصر كل حدث :

(١) p هو : حدث ظهور عدد أولى على الوجه العلوي(٢) b هو : حدث ظهور عدد أقل من ٣ على الوجه العلوي(٣) c هو : حدث ظهور عدد أكبر من ٦ على الوجه العلوي

الحل

ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ، n (ف) = ٦(١) p = { ١ ، ٣ ، ٥ } ، n (p) = ٣(٢) b = { ٢ ، ١ } ، n (b) = ٢(٣) c = \emptyset ، n (c) = صفر

لاحظ :

 $p \supset f$ ، $b \supset f$ ، $c \supset f$

الحدث : أى نتائج نحصل عليها داخل التجربة العشوائية تسمى أحداثاً

ملاحظات :

(١) الحدث مجموعة جزئية من مجموعة فضاء العينة

(٢) عدد عناصر الحدث يمثل عدد مرات حدوثه

إحتمال الحدث :

النسبة بين عدد عناصر الحدث و عدد عناصر فضاء العينة

يسمى : إحتمال وقوع الحدث و يرمز له بالرمز : (ل)

فمن المثال السابق نجد :

$$l(p) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } p}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{n(p)}{n(f)} = \frac{3}{6} = 0,5 = 50\%$$

$$l(b) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } b}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{n(b)}{n(f)} = \frac{2}{6} = 0,33 = 33\%$$

$$l(c) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } c}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{n(c)}{n(f)} = \frac{0}{6} = 0 = 0\%$$

$$l(c) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } c}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{n(c)}{n(f)} = \frac{0}{6} = 0 = 0\%$$

$$= \frac{0}{6} = \text{صفر}$$

أنواع الأحداث :

(١) الحدث المستحيل : هو الحدث الذي لا يمكن وقوعه

و يعبر عنه : $P = \emptyset$ ، و احتمال وقوعه $P(\emptyset) = 0$

(٢) الحدث المؤكد : هو الحدث الذي له جميع النواتج الممكنة

و يعبر عنه : $P = 1$ ، و احتمال وقوعه $P(1) = 1$

(٣) الحدث الممكن : هو بعض النواتج الممكنة للتجربة أي : $P \subset 1$

و احتمال حدوثه = كسراً

و معنى ذلك أن : قيمة احتمال الحدث (P) حيث $P \subset 1$

لا تقل عن الصفر و لا تزيد عن الواحد

أي أن : $0 \leq P \leq 1$

ملاحظات :

[١] يمكن كتابة الإحتمال في صورة كسر اعتيادي أو كسر عشري

أو نسبة مئوية

[٢] التجارب ذات النتيجة المعروفة مسبقاً لا تسمى تجارب احتمالية

فمثلاً :

* تجربة سحب كرة من صندوق به أربع كرات متماثلة لونها أصفر

* تجربة سحب بطاقة من صندوق به ١٠ بطاقات متماثلة كلها تحمل

الرقم ١٠

(١) صندوق به ١٠ بطاقة متماثلة مرقمة من ١ إلى ١٠ خلطت جيداً

و سحبت بطاقة عشوائياً أكمل لإيجاد إحتمال الأحداث التالية :

[١] الحدث (P) هو : عدد يقبل القسمة على ٢

[٢] الحدث (B) هو : عدد يقبل القسمة على ٣

[٣] الحدث (C) هو : عدد يقبل القسمة على كل من ٢ ، ٣ في نفس

الوقت

[٤] الحدث (E) هو : عدد يقبل القسمة على كل من ٢ أو ٣

$P = \{ \dots \}$ ، $P(F) = \dots$

$B = \{ \dots \}$ ، $B(P) = \dots$

$P(F) = \dots$ ، $P(B) = \dots$ ، $P(C) = \dots$ ، $P(E) = \dots$

$B = \{ \dots \}$ ، $B(P) = \dots$

$P(B) = \dots$ ، $P(C) = \dots$ ، $P(E) = \dots$

$C = \{ \dots \}$ ، $C(P) = \dots$

$P(C) = \dots$ ، $P(E) = \dots$

$E = \{ \dots \}$ ، $E(P) = \dots$

$P(E) = \dots$ ، $P(F) = \dots$ ، $P(B) = \dots$ ، $P(C) = \dots$

أحمد الشنتوري

مثال (٢) : إذا كان أحد الأندية يلعب ٣. مباراة في الدوري وكان احتمال

فوزه في عدد من المباريات هو $\frac{2}{5}$

أوجد عدد المباريات التي يفوز فيها هذا النادي في الدوري

الحل

العدد الكلي للمباريات = ٣. مباراة

بفرض أن : الحدث (٢) هو أن يفوز الفريق في مباراة

إذن : $P = \frac{2}{5}$ أي أن : $\frac{\text{عدد مباريات الفوز}}{\text{العدد الكلي للمباريات}} = \frac{2}{5}$

إذن : $\frac{\text{عدد مباريات الفوز}}{3.} = \frac{2}{5}$

إذن : عدد مباريات الفوز = $3. \times \frac{2}{5} = 12$ مباراة

(٢) في مسابقة الطالب المثالي لأحد المدارس تقدم ٤٥ تلميذ و تلميذة

فإذا كان احتمال أن تكون إحدى التلميذات هي الطالب المثالي هو

$\frac{4}{5}$ احسب عدد التلميذات المشتركات في هذه المسابقة

(٣) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة و ملاحظة العدد الظاهر على

الوجه العلوي أوجد احتمال الأحداث التالية :

[١] ظهور عدد فردي =

[٢] ظهور عدد يقبل القسمة على ٣ =

[٣] ظهور عدد أقل من ٣ =

[٤] ظهور عدد أكبر من أو يساوي ٣ =

[٥] ظهور عدد أكبر من ٦ =

[٦] ظهور عدد أولى =

[٧] ظهور الأعداد ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ =

(٤) سحبت بطاقة من كيس يحتوى على ٣. بطاقة مرقمة من ١ إلى ٣.

أوجد احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عدداً :

[١] يقبل القسمة على ٣ =

[٢] يقبل القسمة على ٥ =

[٣] يقبل القسمة على ٣ و ٥ في نفس الوقت =

[٤] يقبل القسمة على ٣ أو ٥ =

[٥] أولياً زوجياً =

أحمد الشنتوري

(٧) أثناء تدريبات أحد أندية كرة القدم سدد أحد اللاعبين ٢٤ ركلة جزاء فأحرز منها ٢١ هدفاً ، و سدد لاعب آخر ٢٧ ركلة جزاء فأحرز منها ٢٤ هدفاً ، أى اللاعبين يتم اختياره لتسديد ركلة جزاء أثناء المباراة و لماذا ؟

(٨) فصل دراسي به ٤. تلميذاً ، طبق عليهم اختباراً فى الرياضيات درجته العظمى ٥. درجة ، فإذا كانت درجات ٣. تلميذاً أقل من ٤. درجة ، و احتمال أن تكون درجة التلميذ $\leq ٤.$ هو $\frac{1}{4}$ اختير أحد التلاميذ عشوائياً أوجد :

[١] احتمال أن تكون درجة التلميذ المختار أقل من ٤. درجة

[٢] عدد التلاميذ الحاصلين على درجة $\leq ٤.$

(٥) إناء يحتوى على ٥ كرات حمراء ، ٣ كرات سوداء ، ٤ كرات بيضاء لها نفس الحجم فإذا سحبت كرة واحدة عشوائياً أكمل :

[١] احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء =

[٢] احتمال أن تكون الكرة المسحوبة سوداء =

[٣] احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست بيضاء =

[٤] احتمال أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء أو حمراء =

[٥] احتمال أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء أو حمراء أو سوداء =

(٦) فصل دراسي به ٤٢ تلميذاً ، منهم ٢. تلميذاً يلعبون كرة القدم ، ٨ تلاميذ يلعبون كرة السلة ، و باقى التلاميذ يلعبون ألعاباً أخرى اختير أحد التلاميذ عشوائياً أوجد :

[١] احتمال أن يكون التلميذ المختار ممن يلعبون كرة القدم

[٢] عدد تلاميذ المدرسة الذين يلعبون ألعاباً أخرى إذا كان عدد تلاميذ المدرسة ٦٠. تلميذ

(٩) سجلت نتيجة اختبار الرياضيات لشهر مارس لأحد الفصول حسب تقديرات التلاميذ في الجدول التالي :

ممتاز	جيد جداً	جيد	مقبول	ضعيف
٨	١٢	١٦	٨	٤

اختير أحد التلاميذ عشوائياً أوجد :
احتمال أن يحصل التلميذ المختار على تقدير جيد

(١١) أختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] عند إلقاء قطعة نقود معدنية مرة واحدة و ملاحظة الوجه العلوي فإن احتمال ظهور صورة =
(٥٠% ، ٢٥% ، ١٠% ، صفر)

[٢] عند إلقاء حجر نرد مرة واحدة فإن احتمال أن العدد الظاهر على الوجه العلوي يحقق المتباينة : $٣ > س > ٥$ يساوي
($\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{٣}{٦}$ ، ١)

[٣] إذا كان احتمال رسوب طالب في إمتحان ما ٨٥٪، فإن احتمال نجاحه =
($\frac{٣}{٦}$ ، $\frac{١٧}{٦}$ ، ١٥٪ ، ١٥٪)

[٤] إذا كان احتمال أن يحل تلميذ مسألة ٧٪، فإن عدد المسائل المتوقع حلها من النوع من بين ٢٠ مسألة يساوي
(٧ ، ١٠ ، ١٤ ، ٢٠)

[٥] فصل دراسي به ٢٥ ولد و ١٥ بنت فإذا اختير ادهم عشوائياً فإن احتمال أن يكون بنتاً =
($\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{٧}{٨}$)

[٦] عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد زوجي على الوجه العلوي =
($\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، ١)

[٧] احتمال الحدث المستحيل =
(\emptyset ، ١ ، صفر ، ١ -)

(١٠) في تجربة تكوين عدد مكون من رقمين (بدون تكرار الرقم) لمجموعة الأرقام { ١ ، ٢ ، ٣ } أوجد احتمال الحصول على :

[١] عدد زوجي

[٢] عدد فردي أولى

اجوبة بعض التمارين

الوحدة الأولى

الأعداد الصحيحة

الدرس الأول : مجموعة الأعداد الصحيحة

$$(1) \quad 0 \dots - [3] \quad 1 \dots [4] \quad 2 \dots [5] \quad 3 \dots [6]$$

(2) أجب بنفسك

$$(3) \quad [1] \text{ موجبة } [2] \text{ صفر } [3] \text{ سالبة}$$

$$[1] \text{ موجبة } [2] \text{ سالبة } [3] \text{ صفر}$$

$$[1] \text{ موجبة } [2] \text{ سالبة } [3] \text{ موجبة ، صفر ، سالبة}$$

$$(4) \quad [1] \{ 3, 2, 1, 0, -1, -2, \dots \}$$

$$[2] \{ -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$$

$$[3] \{ -1, 0, 1, 2, \dots \}$$

$$[4] \{ 0, -1, -2, -3, -4, -5, \dots \}$$

$$[5] \quad \sim = \text{مجموعة الأعداد الصحيحة الزوجية غير الموجبة}$$

$$(6) \quad [1] \text{ ط } [2] \emptyset [3] \{0\} [4] \text{ ط } [5] \text{ ص } [6] \text{ ص}$$

$$(7) \quad [1] \supset [2] 0 [3] 7 [4] 8 \pm [5] \text{ ط } - \{0\} [6] \ni$$

$$[7] \supset [8] \ni [9] 7 - [10] 1 - [11] \text{ صفر } [12] \ni$$

الدرس الثاني : ترتيب الأعداد الصحيحة و المقارنة بينها

$$(1) \quad [1] \text{ صفر } [2] 2 - [3] 7 - [4] 3 [5] 0 [6] 4 -$$

$$(2) \quad [1] 3, 6, 9 [2] 2 - , 4, 10 [3] 10 - , \text{ صفر } , 10$$

$$(3) \quad [1] 0 + [2] 4 + [3] 10 + [4] 3 - [5] 14 - [6] 7 +$$

$$(4) \quad [1] 7 [2] 17 - [3] \text{ صفر } [4] 9 -$$

$$[5] 8 - [6] \text{ صفر } [7] 12 [8] \text{ صفر}$$

$$(5) \quad [1] 0 [2] 1 [3] \text{ صفر } [4] 2$$

$$[5] 10 [6] 20 - [7] 47 - [8] 100$$

$$(6) \quad [1] (20 -) + 47 + 20 \text{ دمج}$$

$$= 20 + (20 -) + 47 \text{ إبدال}$$

$$= 47 + (20 -) + 20 \text{ دمج}$$

$$= 47 + \text{ صفر } = \text{المعكوس الجمعي}$$

$$= 47 \text{ المحاييد الجمعي}$$

$$(7) \quad [2] (1016 -) + 389 + 2016 \text{ دمج}$$

$$= 2016 + (1016 -) + 389 \text{ إبدال}$$

$$= 389 + (1016 -) + 2016 \text{ دمج}$$

$$= 389 + 1000 = 1389$$

$$(3) \quad [3] 40 + (13 -) + (40 -) + 13 \text{ دمج}$$

$$= 40 + (13 -) + (40 -) + 13 \text{ إبدال}$$

$$= 40 + (40 -) + (13 -) + 13 \text{ دمج}$$

$$= 0 + \text{ صفر } = \text{المعكوس الجمعي}$$

$$= 0 \text{ المحاييد الجمعي}$$

$$(4) \quad [4] (33 -) + (88 -) + (77 -) + 88 \text{ دمج}$$

$$= (33 -) + (88 -) + (77 -) + 88 \text{ إبدال}$$

$$= (33 -) + (77 -) + (88 -) + 88 \text{ دمج}$$

المعكوس الجمعي

$$= -1 + \text{صفر}$$

المحايد الجمعي

$$= -1$$

$$(7) \quad 1 = (-2) + 3 = 3 - 2$$

$$(2) \quad (-11) = (-5) + (-6) = -5 - 6$$

$$(3) \quad (-9) = (-12) + 3 = 12 - 3$$

(٨) أكمل الجدولين بنفسك ،

سـ غير مغلقة بالنسبة لعمليتي الجمع و الطرح

$$(9) \quad \begin{matrix} 0- , 9- , 13- \\ 7- , 6- , 5- \end{matrix} \quad (2) \quad \begin{matrix} 10- , 70- , 20- \\ 1-0 , 2-0 , 3-0 \end{matrix}$$

$$(3) \quad 0- , 20- , 10- \quad (4) \quad 10- , 70- , 20-$$

$$(10) \quad \text{مبلغ الربح} = 340 - 170 + 20 = 20 \text{ جنيهاً}$$

$$(11) \quad \text{الزيادة في درجة الحرارة} = -3^\circ + 11^\circ = 8^\circ$$

$$(12) \quad \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \quad (1) \quad \begin{matrix} 0- \\ 0- \end{matrix} \quad (2) \quad \begin{matrix} 0- \\ 0- \end{matrix} \quad (3) \quad \begin{matrix} 0- \\ 0- \end{matrix} \quad (4) \quad \begin{matrix} 0- \\ 0- \end{matrix} \quad (5) \quad \begin{matrix} 0- \\ 0- \end{matrix}$$

$$[6] \quad \text{صفر} \quad [7] \quad \supset \quad [8] \quad \supset \quad [9] \quad \supset \quad [10] \quad \supset \quad [11] \quad \supset \quad [12] \quad \supset$$

الدرس الرابع : ضرب و قسمة الأعداد الصحيحة

$$(1) \quad \begin{matrix} (20-) \\ (20-) \end{matrix} \quad (2) \quad \text{صفر} \quad (3) \quad 12$$

$$(2) \quad \begin{matrix} (18-) \\ (18-) \end{matrix} \quad (3) \quad (18-) \quad (4) \quad (18-)$$

$$(3) \quad \begin{matrix} 79- , 48- , 24- \\ 79- , 48- , 24- \end{matrix}$$

$$(2) \quad \begin{matrix} 74 , 32- , 16 \\ 74 , 32- , 16 \end{matrix}$$

$$(3) \quad \begin{matrix} 242- , 81 , 27- \\ 242- , 81 , 27- \end{matrix}$$

$$(3) \quad [1] \quad 9 \times [(-12) + (-6)]$$

$$= 9 \times (-20) = (-180)$$

$$(2) \quad 70 \times (-36) + 70 \times (-64) =$$

$$= 70 \times [(-36) + (-64)] =$$

$$= 70 \times (-100) = (-7000)$$

$$(3) \quad 73 \times (-50) + (-63) \times (-50) =$$

$$= [73 + (-63)] \times (-50) =$$

$$= 10 \times (-50) = (-500)$$

$$(4) \quad (-20) \times 37 \times (-2) =$$

$$= (-2) \times [37 \times (-20)] =$$

$$= (-2) \times [(-740)] =$$

$$= 1480$$

$$= 37 \times 100 = 3700$$

$$(5) \quad \begin{matrix} (1) \quad (-2) \\ (2) \quad \text{صفر} \\ (3) \quad 7 \end{matrix}$$

$$(6) \quad \begin{matrix} (4) \quad (-2) \\ (5) \quad (0-) \\ (6) \quad (-2) \end{matrix}$$

$$(7) \quad \begin{matrix} (1) \quad \text{بما أن } 8 \times 72 = 576 \\ (2) \quad \text{بما أن } 576 \div 8 = 72 \\ (3) \quad \text{بما أن } 576 \div 72 = 8 \end{matrix}$$

$$\text{إذن : } 8 \div 72 = 8 \quad \text{إذن : } 8 = 9$$

$$(2) \quad \begin{matrix} (1) \quad \text{بما أن } 576 \div 8 = 72 \\ (2) \quad \text{بما أن } 576 \div 72 = 8 \end{matrix}$$

$$\text{إذن : } 576 \div 8 = 72$$

$$\text{إذن : } 576 \div 72 = 8$$

$$\text{إذن : } 8 = 9$$

$$(3) \quad \begin{matrix} (1) \quad \text{بما أن } 3 \times 3 = 9 \\ (2) \quad \text{بما أن } 9 \div 3 = 3 \\ (3) \quad \text{بما أن } 9 \div 9 = 1 \end{matrix}$$

$$\text{إذن : } 3 \times |س| = 21 \quad \text{إذن : } |س| = 7$$

$$\text{إذن : } |س| = 7$$

$$\text{إذن : } 7 = |س| \quad \text{أو} \quad 7 = |س|$$

$$[4] \text{ بما أن : } \frac{|س|}{7} = 0 \quad \text{بالضرب } 7 \times \text{ينتج :}$$

$$\text{إذن : } |س| = 0$$

$$\text{إذن : } 0 = |س| \quad \text{أو} \quad 0 = |س|$$

$$[5] \text{ بما أن : } (7-) \times |س| = 0$$

$$\text{إذن : } (7-) \div (7-) = |س| \quad \text{إذن : } |س| = 1$$

$$[6] \text{ بما أن : } 9 \times |س| = 21$$

$$\text{إذن : } 9 \times |س| = 21$$

$$\text{إذن : } 9 \div (9 \times |س|) = |س| \quad \text{إذن : } |س| = 1$$

$$[7] \text{ المقدار } 2س + ص - ع$$

$$(7-) - (1-) + 3 \times 2 =$$

$$12 = 7 + 1 - 6 =$$

$$[2] \text{ المقدار } 3س - ص - ع$$

$$(7-) - (1-) \times 3 \times 3 =$$

$$(2-) = 7 + (9-) =$$

$$[3] \text{ المقدار } = [س \div ص] \times 3 \times ع$$

$$(7-) \times 3 \times [(1-) \div 3] =$$

$$73 = (21-) \times (3-) =$$

$$[4] \text{ المقدار } = [3س - 5ص] \div ع$$

$$(7-) \div [(1-) \times 5 - 3 \times 3] =$$

$$(7-) \div [5 + 9] =$$

$$(2-) = (7-) \div 14 =$$

$$(8) \quad [1] \quad (7-) \quad [2] \quad [3] \quad 3س + 5ص = (7+) \times 3 \quad [4] \quad 3س + 5ص = (7+) \times 3$$

$$[4] \text{ غير ممكنة } [5] \text{ موجب } [6] \text{ موجب } [7] \text{ موجباً}$$

$$[8] \quad 3س + 5ص = (7+) \times 3 = 3س + 5ص$$

$$[9] \quad (30-) \quad [10] \quad (3-) \quad [11] \quad (30-)$$

$$(9) \quad [1] \quad 30- \quad [2] \quad 36 \quad [3] \quad 2- \quad [4] \quad 8-$$

$$(10) \quad [1] \quad = [2] \quad = [3] \quad < [4] \quad > [5] \quad < [6] \quad > [7]$$

الدرس الخامس : الضرب المتكرر

$$(1) \text{ أكمل بنفسك} \quad (2) \text{ أكمل بنفسك}$$

$$(3) \quad [1] \quad 343- \quad [2] \quad 74 \quad [3] \quad 32 \times 20 = 640$$

$$[4] \quad 27- + 27 = 54 \quad \text{صفر} \quad [5] \quad 27 = 9 + 9 + 9$$

$$[6] \quad 1 + 1 = 2 \quad \text{صفر}$$

$$(4) \quad [1] \quad 2 = 2^{1+3} = 2^4 \quad [2] \quad 3 = 3^{1+2} = 3^3 \quad [3] \quad 27 = 3^3$$

$$[3] \quad (2-) = 2^{2+3} = 2^5 = 32$$

$$[4] \quad (3-) = 3^{3+2} = 3^5 = 243$$

$$[5] \quad 10720- = 1(0) - = 3^{3+3}(0) - = 3^6 \times 3(0) -$$

أحمد الشنتوري

الترتيب التصاعدي هو : $(-٣) ، (-٢) ، (-١) ، (٠) ، (١) ، (٢) ، (٣)$
 $(١٢) (١) ٩ (٢) ٢ (٣) ٤٠ (٣) ٨ - (٤) ١٣ (٥)$
 $(١٣) (١) < (٢) = (٣) = (٤) < (٥) = (٦) > (٧) < (٨) >$

الدرس السادس : الأنماط العددية

(١) وصف النمط : كل عدد يزيد عن سابق مباشرة بمقدار ٥

العدد الخامس = العدد الرابع + ٥ = ٥ + ١٨ = ٢٣

العدد السادس = العدد الخامس + ٥ = ٥ + ٢٣ = ٢٨

العدد السابع = العدد السادس + ٥ = ٥ + ٢٨ = ٣٣

(٢) (١) ٤ ، ٧ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٩ ، ٢٢

كل عدد يزيد عن سابقه مباشرة بمقدار ٣

(٢) (٢) ٢٠ ، ١٦ ، ١٢ ، ٨ ، ٤ ، صفر ، - ٤

كل عدد يقل عن سابقه مباشرة بمقدار ٤

(٣) (٣) ٤ ، ٨ ، ١٦ ، ٣٢ ، ٦٤ ، ١٢٨ ، ٢٥٦

(٤) (٤) ١ ، ١٠ ، ١٠٠ ، ١٠٠٠ ، ١٠٠٠٠ ، ١٠٠٠٠٠

كل عدد = حاصل ضرب ١٠ × العدد السابق له مباشرة

(٥) (٥) ٢ ، ٧ ، ١٢ ، ١٧ ، ٢٢ ، ٢٧ ، ٣٢

كل عدد يزيد عن سابقه مباشرة بمقدار ٥

(٦) (٦) ٣ ، ٦ ، ١٢ ، ٢٤ ، ٤٨ ، ٩٦ ، ١٩٢

كل عدد ضعف العدد السابق له مباشرة

(٧) (٧) $\frac{1}{٢}$ ، $\frac{1}{٤}$ ، $\frac{1}{٨}$ ، $\frac{1}{١٦}$ ، $\frac{1}{٣٢}$ ، $\frac{1}{٦٤}$ ، $\frac{1}{١٢٨}$

$$١ - = {}^{١٧} (١ -) = {}^{٩+٨} (١ -) \quad [٦]$$

$$٣ = {}^١ (٣) = {}^{١-٢} (٣) \quad [٢] \quad ١٦ = {}^٤ (٢) = {}^{٣-٧} (٢) \quad [١] \quad (٥)$$

$$٣٢ - = {}^٥ (٢ -) = {}^{٤-٩} (٢ -) \quad [٣]$$

$$٨١ = {}^٤ (٣ -) = {}^{٣-٧} (٣ -) \quad [٤]$$

$$١ = {}^٠ (٥) - = {}^{٣-٣} (٥) - = {}^٣ ٥ \div {}^٣ (٥) - \quad [٥]$$

$$١ - = {}^٩ (١ -) = {}^{٩-١٨} (١ -) \quad [٦]$$

$$١ = {}^{صفر} (١٢٠ -) \quad [٢] \quad ١ - = {}^٩ (١ -) = {}^٩ (٤ - ٥) \quad [١] \quad (٦)$$

$$٦٢٥ = {}^٤ (٥) = {}^{٥-٩} (٥) = {}^٥ ٥ \div {}^٩ ٥ = \text{المقدار} \quad (٧)$$

$$٦٧ = {}^٣ (٣) = {}^{٩-١٢} (٣) = {}^٩ ٣ \div {}^{١٢} ٣ = \text{المقدار} \quad (٨)$$

$$١٦ = {}^٢ (٤ -) = {}^{١-٨} (٤ -) = {}^١ (٤ -) \div {}^٨ (٤ -) = \text{المقدار} \quad (٩)$$

$$(١٠) \text{ بما أن : } {}^٩ (٢) - = {}^٩ (٢ -) ، {}^٧ (٢) - = {}^٧ (٢ -) ، {}^٤ (٢) = {}^٤ (٢ -)$$

$$\text{إذن : المقدار} = \frac{({}^٧ ٢ \times {}^٤ ٢) -}{{}^٩ (٢) -} = \frac{{}^٧ (٢) - \times {}^٤ (٢)}{{}^٩ (٢) -}$$

$$٤ = {}^٢ (٢) = {}^{٩-١١} (٢) = \frac{{}^{١١} ٢}{{}^٩ ٢}$$

$$، \quad ٦٧ - = {}^٣ (٣ -) ، \quad ١ = {}^٠ (١ -) ، \quad ٨ - = {}^٣ (٢ -) \quad (١١)$$

$$١ - = {}^٥ (١ -) ، \quad ٨١ = {}^٤ ٣$$

الوحدة الثانية

المعادلات و المتباينات

الدرس الأول : المعادلة و المتباينة من الدرجة الأولى

(1) [1] ص $1 - 1 = 0$ (تمثل معادلة)

لأنها تتضمن تساوى بين عبارتين رياضيتين

(2) [2] $13 = 0 + 8$ (تمثل معادلة)

لأنها تتضمن تساوى بين عبارتين رياضيتين

(3) [3] ص $9 = 4 - 5$ (تمثل معادلة)

لأنها تتضمن تساوى بين عبارتين رياضيتين

(4) [4] ص $8 - 5 = 3$ (لا تمثل معادلة)(5) [1] ص $0 > 1 - 1$ (تمثل متباينة)

لأنها تتضمن علامة تباین بين عبارتين رياضيتين

(2) [2] ص $7 + 5 = 12$ (لا تمثل معادلة و تمثل متباينة)

لأنها لا تتضمن علامة تساوى أو تباین بين عبارتين رياضيتين

(3) [3] ص $7 < 12$ (تمثل متباينة)

لأنها تتضمن علامة تباین بين عبارتين رياضيتين

(4) [4] ص $11 = 1 + 10$ (تمثل معادلة)

لأنها تتضمن علامة تساوى بين عبارتين رياضيتين

(3) عندما : $11 - 1 = 10$ يكون :

$$10 \neq (0 -) = 1 + (1 -) = 1 + (2 -) \times 3$$

إذن : العدد (2 -) لا يحقق المعادلة

عندما : $11 = 1 + 10$ يكون :

$$10 \neq 7 = 1 + 6 = 1 + (2) \times 3$$

وصف النمط : كل عدد نصف العدد السابق له مباشرة

(3) [1] $37, 20, 03$ [2] $8, 16, 32$ [3] $20, 36, 49$ [4] $120, 16, 343$ [5] $17, 23, 30$ [6] $\frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}$ [7] $\frac{5}{3}, 2, \frac{7}{3}$ (4) [1] $1, 0, 1, 1, 0, 1$ [2] $1, 6, 10, 20, 10, 6, 1$ [3] $1, 2, 4, 8, 16, \dots$

[4] عناصر القطر الأول هي : (1, 1, 1, 1, 1)

عناصر القطر الثانى هي : (0, 4, 3, 2, 1)

عناصر القطر الثانى هي : (10, 1, 6, 3, 1)

(5) عدد القطع المستقيمة : 3, 0, 7, 9

النمط العددي : 3, 0, 7, 9

وصف النمط : كل عدد يزيد عن سابقه مباشرة بمقدار 2

(6) عدد القطع المستقيمة : 4, 7, 10, 13

النمط العددي : 4, 7, 10, 13

وصف النمط : كل عدد يزيد عن سابقه مباشرة بمقدار 3

(7) $100, 120, 100, 170, 200, 220, 0$ شهور(8) $00, 20, 30, 30, 40, 30, 4$ شهور

(9) عام 2017

إذن : العدد (٢) لا يحقق المعادلة

عندما : $s = 3$ يكون :

$$1. = 1. = 1 + 9 = 1 + (3) \times 3$$

إذن : العدد (٣) يحقق المعادلة

عندما : $s = 4$ يكون :

$$1. \neq 13 = 1 + 12 = 1 + (4) \times 3$$

إذن : العدد (٤) لا يحقق المعادلة

نستنتج أن : مجموعة الحل = $\{ 3 \}$

(٤) أجب بنفسك كما سبق ، [١] مجموعة الحل = $\{ 3 \}$

[٢] مجموعة الحل = $\{ 1 - \}$ [٣] مجموعة الحل = $\{ 2 \}$

(٥) باعتبار مجموعة التعويض ع = $\{ 0 , 4 , 2 , 1 - \}$

أوجد مجموعة حل المتباينة : $v < 1 + s$

نعوض بعناصر مجموعة التعويض ع في الطرف الأيمن ($1 + s$)

لتحديد العناصر التي تحقق المتباينة كما يلي :

عندما : $s = 1 -$ يكون :

$$v < (1 -) = 1 + (2 -) = 1 + (1 -) \times 2$$

إذن : العدد ($1 -$) لا يحقق المتباينة

عندما : $s = 2$ يكون :

$$v < 0 = 1 + 4 = 1 + (2) \times 2$$

إذن : العدد (٢) لا يحقق المتباينة

عندما : $s = 4$ يكون :

$$v < 9 = 1 + 8 = 1 + (4) \times 2$$

إذن : العدد (٤) يحقق المتباينة

عندما : $s = 0$ يكون :

$$v < 11 = 1 + 10 = 1 + (0) \times 2$$

إذن : العدد (٥) يحقق المتباينة

نستنتج أن : مجموعة الحل = $\{ 0 , 4 \}$

(٦) أجب بنفسك كما سبق ، [١] مجموعة الحل = $\{ v \}$

[٢] مجموعة الحل = $\{ 4 , 3 , 3 - \}$

[٣] مجموعة الحل = \emptyset

الدرس الثاني : حل المعادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد

(١) [١] $s + 6 = 1$ بإضافة ($1 -$) للطرفين

$$s + 6 - 1 = 1 - 1 + 6$$

$s - 1 = 6 - 1$ إذن : مجموعة الحل = $\{ v - \}$

[٢] $s - 2 = 8$ بإضافة (٢) للطرفين

$$s - 2 + 2 = 8 + 2$$

$s = 10$ إذن : مجموعة الحل = $\{ 10 \}$

(٢) $10 = s$ بقسمة الطرفين على ٥ ينتج :

$s = 3$ إذن : مجموعة الحل = $\{ 3 \}$

(٣) $3 = 13 + s$ بإضافة ($13 -$) للطرفين

$s = 4$ إذن : مجموعة الحل في $s = 4$ { 4 }
 [٢] $3s - 2 = 13$ بإضافة (٢) للطرفين
 $3s - 2 + 2 = 13 + 2$
 $3s = 15$ بقسمة الطرفين على ٣ ينتج :
 $s = 5$ إذن : مجموعة الحل في $s = 5$ { 5 }
 [٣] $2s + 3 = 0$ بإضافة (٣ -) للطرفين
 $2s + 3 - 3 = 0 - 3$
 $2s = -3$ بقسمة الطرفين على ٢ ينتج :
 $s = -1.5$ إذن : مجموعة الحل في $s = -1.5$ { ١ }
 (٧) [١] $s = 4$ [٢] الأولى [٣] الثانية [٤] { ٣ }
 [٥] \emptyset [٦] { ٢ - } [٧] صفر [٨] { ٣ } [٩] ٥
 [١٠] $3 -$ [١١] $s + 2$ [١٢] $0 - s$ [١٣] s

الدرس الثالث : حل المتباينة من الدرجة الأولى في مجهول واحد

(١) $s - 3 > 1$ بإضافة (٣) للطرفين
 $s - 3 + 3 > 1 + 3$ إذن : $s > 4$
 [١] حيث : $s \in \mathbb{P}$ فإن : مجموعة الحل = { ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ... }
 [٢] حيث : $s \in \mathbb{P}$ فإن : مجموعة الحل = { ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ... }
 مثل الحل بنفسك
 (٢) $0 < s + 13$ بإضافة (١٣ -) للطرفين

$0 < s + 13 = 13 - 13 + s$
 $0 < s - 10$ بقسمة الطرفين على ٥ ينتج :
 $s - 10 = 0$ إذن : مجموعة الحل في $s = 10$ \emptyset
 ، إذن : مجموعة الحل في $s = 10$ { ٢ - }
 (٤) نفرض أن : العدد = s إذن : أربعة أمثاله = $4s$
 إذن : $4s = s + 30$
 إذن : $0 = s - 30$ بقسمة الطرفين على ٥ ينتج :
 $s = 30$ إذن العدد هو : ٧
 (٥) [١] $s + 7 = 2 -$ بإضافة (٢ -) للطرفين
 $s + 7 - 7 = 2 - 7$
 $s = -5$ إذن : مجموعة الحل في $s = -5$ { ٥ }
 [٢] $3s - 1 = 8$ بإضافة (١) للطرفين
 $3s - 1 + 1 = 8 + 1$
 $3s = 9$ بقسمة الطرفين على ٣ ينتج :
 $s = 3$ إذن : مجموعة الحل في $s = 3$ { ٣ }
 [٣] $2s + 4 = 6$ بإضافة (٤ -) للطرفين
 $2s + 4 - 4 = 6 - 4$
 $2s = 2$ بقسمة الطرفين على ٢ ينتج :
 $s = 1$ إذن : مجموعة الحل في $s = 1$ { ١ }
 (٦) [١] $0 = 1 + s$ بإضافة (١ -) للطرفين
 $0 - 1 = 1 - 1 + s$

[٢] $0 - س < ٦$ بإضافة (٠ -) للطرفين

$$0 - 0 - س < ٠ + ٦$$

بالقسمة على (١ -) ينتج :

$$١١ < س -$$

$$س > - ١١$$

مجموعة الحل = { -١٢ ، -١٣ ، -١٤ ، } ، مثل بنفسك

[٣] $١ - ٢ س \leq ٣$ بإضافة (١ -) للطرفين

$$١ - ١ - ٢ س \leq ٣ + ١$$

بالقسمة على (٢ -) ينتج :

$$٢ س - \leq ٤$$

$$س \geq - ٢$$

مجموعة الحل = { -٢ ، -٣ ، -٤ ، } ، مثل بنفسك

(٥) [١] $س < ٩$ [٢] ٠ [٣] $٤ -$ [٤] $\{ ٢ \}$ [٥] $\{ ١ ، ٠ \}$

[٦] $\{ ٠ \}$ [٧] ٠ [٨] ط [٩] $٢ -$ [١٠] ٨ [١١] $<$ [١٢] $٤ -$

[١] (٦) $س > ١ -$ [٢] $س \leq ٠$

[٣] $٢ - > س \geq ٦$ [٤] $٢ > س > ٠$

الوحدة الثالثة الهندسة و القياس

الدرس الأول : المسافة بين نقطتين فى مستوى الإحداثيات

(١) [١] $٣ ، ٤$ ب ، $٣ ، ٤ -$ د ، $٣ - ، ٤ -$ ،

، $٣ - ، ٤$ ع

[٢] $٨ = ب$ وحدة ، $٦ = ع$ وحدة

ب د = ٦ وحدة ، $٨ = ع$ وحدة

$$٠ س + ١٣ - ١٣ > ١٣ - ٣$$

بقسمة الطرفين على ٠ ينتج :

$$٢ - > س$$

[١] و حيث : $س > ٢ -$ غير ممكنة فى ط

إذن : مجموعة الحل فى ط = \emptyset

[٢] و حيث : $س > ٢ -$ ممكنة فى صـ

إذن : مجموعة الحل فى صـ = { -٣ ، -٤ ، -٥ ، }

(٣) [١] $س + ٢ > ٧$ بإضافة (٢ -) للطرفين

$$س + ٢ - ٢ > ٧ - ٢$$

مجموعة الحل = { ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ } ، مثل بنفسك

[٢] $٣ س - ١ \leq ٨$ بإضافة (١) للطرفين

$$٣ س - ١ + ١ > ٨ + ١$$

بقسمة الطرفين على ٣ ينتج :

$$٣ > س$$

مجموعة الحل = { ٢ ، ١ ، ٠ } ، مثل بنفسك

(٤) [١] $٢ س - ٥ \geq ٧$ بإضافة (٥) للطرفين

$$٢ س - ٥ + ٥ > ٧ + ٥$$

بقسمة الطرفين على ٢ ينتج :

$$١ - > س$$

مجموعة الحل = { -٢ ، -٣ ، -٤ ، } ، مثل بنفسك

$$(1) (3, 6) \quad (2) (3, 4) \quad (3) (0, 0) \quad (4) (3, 0)$$

$$(5) (3, 0) \quad (6) (3, 0) \quad (7) (3, 0) \quad (8) (3, 0)$$

$$(9) (3, 0) \quad (10) (3, 0) \quad (11) (3, 0) \quad (12) (3, 0)$$

$$(13) (3, 0) \quad (14) (3, 0) \quad (15) (3, 0) \quad (16) (3, 0)$$

$$(17) (3, 0) \quad (18) (3, 0) \quad (19) (3, 0) \quad (20) (3, 0)$$

$$(21) (3, 0) \quad (22) (3, 0) \quad (23) (3, 0) \quad (24) (3, 0)$$

$$(25) (3, 0) \quad (26) (3, 0) \quad (27) (3, 0) \quad (28) (3, 0)$$

الدرس الثالث : مساحة الدائرة

$$(1) \text{ مساحة سطح الدائرة } \pi \text{ سم}^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 2,1 \times 2,1 = 13,86 \text{ سم}^2$$

$$(2) \text{ مساحة سطح الدائرة } \pi \text{ سم}^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 7,7 \times 7,7 = 187,34 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة سطح القطاع الواحد} = 187,34 \div 7 = 26,76 \text{ سم}^2$$

$$(3) \text{ بما أن : مساحة سطح الدائرة } \pi \text{ سم}^2$$

$$\text{إذن : } 314 = 3,14 \times \text{سم}^2$$

$$\text{إذن : } 314 \div 3,14 = 100 = 10 \times 10$$

$$\text{إذن : } 10 \text{ سم}$$

$$\text{محيط الدائرة } 2\pi \text{ سم} = 2 \times 3,14 \times 10 = 62,8 \text{ سم}$$

$$(3) \text{ مستطيل } 48 [4] \quad 28 [5]$$

$$(6) \text{ نعم متماثل لأن المحور الأفقي (السينات) محور تماثل له}$$

$$(7) \text{ نعم متماثل لأن المحور الرأسى (الصادات) محور تماثل له}$$

$$(2) (1) \text{ حدد النقط بنفسك } [2] 4 [3] 4 [4] \text{ قائم الزاوية}$$

$$(5) \text{ متساوى الساقين } [6] 8$$

$$(3) (1) \text{ حدد النقط بنفسك } [2] 9 [3] 6 [4] \text{ معين } [5] 27$$

$$(4) (1) \text{ حدد النقط بنفسك}$$

$$(2) \text{ ب } 0 = \text{ وحدة طول } , \text{ ب } 0 = \text{ وحدة طول}$$

$$(3) \text{ ب } 0 = \text{ وحدة طول } , \text{ ب } 0 = \text{ وحدة طول}$$

$$(4) \text{ مربع } [5] 20 [6] 20$$

الدرس الثاني : التحويلات الهندسية (الانتقال)

$$(1) (1) \text{ دوران } [2] \text{ انعكاس } [3] \text{ انتقال}$$

$$(4) \text{ انتقال } [5] \text{ دوران } [6] \text{ انعكاس}$$

$$(2) \text{ أجب بنفسك}$$

$$(3) \text{ حدد النقط و الصور بنفسك } , (2, 3) \rightarrow (1, 2)$$

$$\text{ب } (2, 1) = (1, 2)$$

$$(2) (0, 2)$$

$$(1) (0, 1)$$

$$(4) (3, 1)$$

$$(3) (2, 1)$$

$$(2) (1, 0)$$

$$(5) (0, 7)$$

$$(4) (1, 4)$$

$$(3) (7, 7)$$

(٤) بما أن : محيط الدائرة = πr نـ

$$\text{إذن : } 88 = \frac{22}{7} \times r \text{ نـ}$$

و منها : ١٤ سم

مساحة سطح الدائرة = πr^2 نـ

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 716 \text{ سم}^2$$

نـ	π	محيط الدائرة	نـ	مساحة الدائرة
١,٤ سم	$\frac{22}{7}$	٨,٨ سم	١,٩٦ سم ^٢	٦,١٦ سم ^٢
١٠ سم	٣,١٤	٦٢,٨ سم	١٠٠ سم ^٢	٣,١٤ سم ^٢
٢١ سم	$\frac{22}{7}$	١٣٢ سم	٤٤١ سم ^٢	١٣٨٦ سم ^٢
٤ سم	٣,١٤	٢٥,١٢ سم	١٦ سم ^٢	٥٠,٢٤ سم ^٢

(٦) مساحة سطح مستطيل = $7 \times 14 = 98$ سم^٢

طول قطر الدائرة = عرض المستطيل = ٧ سم ، نـ = ٣,٥ سم

مساحة سطح الدائرة = πr^2 نـ

$$= \frac{22}{7} \times 3,5 \times 3,5 = 38,5 \text{ سم}^2$$

مساحة الجزء المظلل = مساحة المستطيل - مساحة الدائرة

$$= 98 - 38,5 = 59,5 \text{ سم}^2$$

(٧) مساحة سطح الدائرة = πr^2 نـ

$$= 3,14 \times 0 \times 0 = 0 \text{ سم}^2$$

مساحة سطح مستطيل = $8 \times 7 = 56$ سم^٢

مساحة الجزء المظلل = مساحة الدائرة - مساحة المستطيل

$$= 78,5 - 56 = 22,5 \text{ سم}^2$$

(٨) مساحة سطح الدائرة = $3 \times$ مساحة سطح القطاع الواحد

$$= 3 \times 4,62 = 13,86 \text{ سم}^2$$

بما أن : مساحة سطح الدائرة = πr^2 نـ

$$\text{إذن : } 13,86 = \frac{22}{7} \times r^2$$

و منها : نـ = $2,1 \times 2,1 = 4,41$ إذن : نـ = ٢,١ سم

$$(٩) \pi [١] \text{ نـ} \quad [٢] ١٦ \quad [٣] ٣ \quad [٤] \pi + ٤$$

$$[٥] \pi \quad [٦] ٤ - \pi \quad [٧] ٢١٠ \quad [٨] ٧١$$

الدرس الرابع : المساحة الجانبية و الكلية لكل من

المكعب - متوازي المستطيلات

(١) المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد $\times ٤$

$$= (3 \times 3) \times 4 = 36 \text{ سم}^2$$

المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد $\times ٦$

$$= (3 \times 3) \times 6 = 54 \text{ سم}^2$$

(٢) طول الحرف الواحد = $12 \div 12 = ٢$ سمالمساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد $\times ٤$

$$= (2 \times 2) \times 4 = 16 \text{ سم}^2$$

(٦) المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات = محيط القاعدة × الارتفاع

$$٢٨٠ = ١٠ \times ١٤ \times ٢ = ١٠ \times (٦ + ٨) \times ٢ =$$

، مساحته الكلية = مساحته الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

$$٩٦ + ٢٨٠ = (٦ \times ٨) \times ٢ + ٢٨٠ =$$

$$٣٧٦ \text{ سم}^2$$

(٧) المساحة الجانبية للحجرة = $٣ \times (٣,٥ + ٤,٥) \times ٢ = ٤٧,٢٥ \text{ م}^2$

المساحة الكلية للحجرة = $(٣,٥ \times ٤,٥) + ٤٧,٢٥ = ٦٣ \text{ م}^2$

مساحة ما يتم طلاؤه = $٥ - ٦٣ = ٥٥ \text{ م}^2$

تكاليف الطلاء = $١٦ \times ٥٥ = ٨٨٠$ جنيهاً

(٨) المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٦

$$٨٦٤ \text{ سم}^2 = ٦ \times ١٤٤ = ٦ \times (١٢ \times ١٢) =$$

المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات = $١ \times (٢ + ٣) \times ٢ =$

$$١٠ = ١ \times ٥ \times ٢ =$$

المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات = $(٢ \times ٣) \times ٢ + ١٠ =$

$$٢٢ = ٦ \times ٢ + ١٠ =$$

المساحة الكلية للجزء المتبقى = $٢٢ - ٨٦٤ = ٨٤٢ \text{ سم}^2$

(٩) المساحة الجانبية للحمام = $٢,٥ \times (١٠ + ٤٠) \times ٢ = ٢٥٠ \text{ م}^2$

المساحة الكلية للحمام = $١٠ \times ٤٠ + ٢٥٠ = ٦٥٠ \text{ م}^2$

مساحة البلاطة = $٢,٢٥ \times ٠,٦٢٥ = ١,٤٠٦٢٥ \text{ م}^2$

المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٦

$$٢٤ \text{ سم}^2 = ٦ \times ٤ = ٦ \times (٢ \times ٢) =$$

(٣) بما أن : المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٤

$$٣٢٤ = \text{مساحة الوجه الواحد} \times ٤$$

إذن : مساحة الوجه الواحد = $٣٢٤ \div ٤ = ٨١ \text{ سم}^2$

المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٦

$$٤٨٦ = ٦ \times ٨١ =$$

(٤) بما أن : المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٦

$$٦٠٠ = \text{مساحة الوجه الواحد} \times ٦$$

إذن : مساحة الوجه الواحد = $٦٠٠ \div ٦ = ١٠٠ \text{ سم}^2$

المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٤

$$٤٠٠ = ٤ \times ١٠٠ =$$

(٥) بما أن محيط قاعدة المكعب = طول ضلع القاعدة × ٤

$$٦٠ = \text{طول ضلع القاعدة} \times ٤$$

إذن : طول ضلع القاعدة = $٦٠ \div ٤ = ١٥ \text{ سم}$

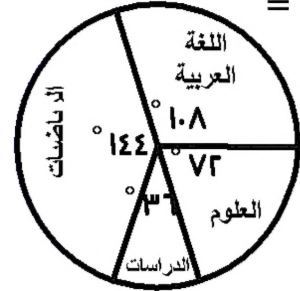
المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٤

$$٩٠٠ = ٤ \times (١٥ \times ١٥) =$$

المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٦

$$١٣٥٠ = ٦ \times ٤ = ٦ \times (١٥ \times ١٥) =$$

أحمد الشنتوري



(٣) قياس الزاوية المركزية لقطاع اللغة العربية =

$$^{\circ} 10.8 = ^{\circ} 36 \times \frac{3}{11} =$$

قياس الزاوية المركزية لقطاع الرياضيات =

$$^{\circ} 14.4 = ^{\circ} 36 \times \frac{4}{11} =$$

قياس الزاوية المركزية لقطاع العلوم =

$$^{\circ} 7.2 = ^{\circ} 36 \times \frac{2}{11} =$$

قياس الزاوية المركزية لقطاع الدراسات =

(٤) نسبة إنتاج المصنع الخامس = $10\% + 1\% + 2\% + 3\%$

25% ، قياس الزاوية المركزية لقطاع المصنع الأول = $^{\circ} 54$

قياس الزاوية المركزية لقطاع المصنع الثاني = $^{\circ} 36$

قياس الزاوية المركزية لقطاع المصنع الثالث = $^{\circ} 72$

قياس الزاوية المركزية لقطاع المصنع الرابع = $^{\circ} 10.8$

قياس الزاوية المركزية لقطاع المصنع الخامس = $^{\circ} 9$

ارسم بنفسك

إنتاج المصنع الأول = $20\% \div (10\% \times 0.5) = 30\%$ طن

(٥) (١) نسبة دخل الخدمات = $10\% + 1\% + 2\% + 3\%$

(٢) قياس الزاوية المركزية بالدرجات لنسبة

الدخل القومي في الزراعة = $^{\circ} 10.8 = ^{\circ} 36 \times \frac{3}{11}$

عدد البلاط اللازم لذلك = $100 \div 750 = 1.33$ بلاطة

التكلفة = $3200 = (0 + 20) \times 100$ جنيهاً

(١٠) مساحة الورق = $700 = 70 \times 100$ سم

المساحة الجانبية للصندوق = $10 \times (10 + 20) \times 2 = 700$ سم

المساحة الكلية للصندوق = $100 = (10 \times 20) + 700$ سم

مساحة الورق المستخدم = $700 = 7 \times 100$ سم

مساحة الورق غير المستخدم = $100 = 700 - 700$ سم

(١١) (١) ٨ (٢) ٥ (٣) ١٠ (٤) ٥

(١٢) (١) ٥ (٢) ٤ : ١ (٣) ١٠ (٤) ٦٤

الوحدة الرابعة الإحصاء و الاحتمال

الدرس الأول : تمثيل البيانات الإحصائية بالقطاعات الدائرية

(١) (١) $\frac{1}{4}$ (٢) 60°

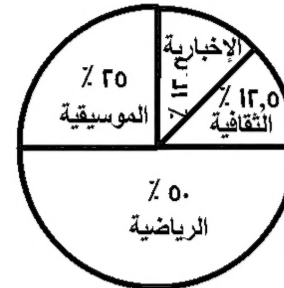
(٢) 50% يفضلون البرامج الرياضية يمثل $\frac{1}{4}$ مساحة سطح الدائرة ،

20% يفضلون البرامج الموسيقية يمثل $\frac{1}{5}$ ،

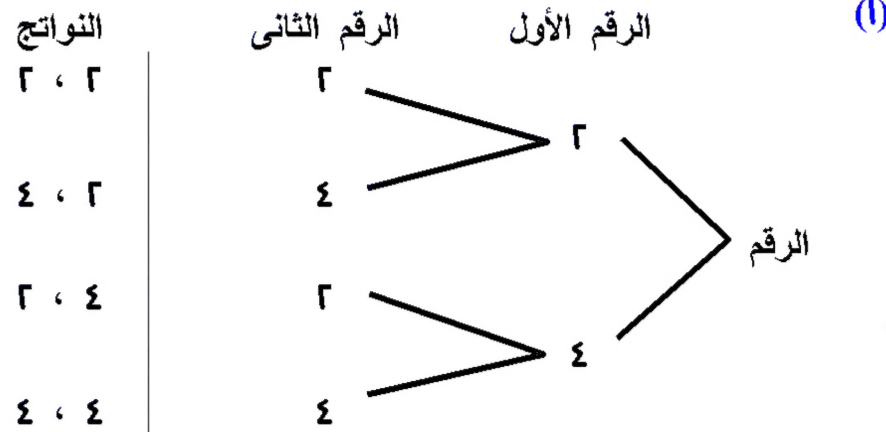
$12,5\%$ يفضلون البرامج الثقافية يمثل $\frac{1}{8}$ ،

$12,5\%$ يفضلون البرامج الإخبارية يمثل $\frac{1}{8}$

الشكل المقابل يوضح ذلك



الدرس الثاني : التجربة العشوائية



فضاء العينة (ف) =

{ (٤ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٤ ، ٢) ، (٢ ، ٢) }

{ (٣ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٤ ، ١) ، (١ ، ٤) } [١] (٢)

(١ ، ٢) ، (٣ ، ١) ، (٢ ، ١) ، (١ ، ١) } [٢]

{ (١ ، ٣) ، (٢ ، ٢) ،

{ (٦ ، ١) ، (١ ، ٦) } [٣]

{ (١ ، ٦) ، (٦ ، ١) } [٣]

{ بيضاء ، حمراء ، سوداء ، زرقاء ، خضراء } (٣)

{ ١٠ ، ٩ ، ٨ ، ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ } [١] (٤)

{ ١٠ ، ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢ } [٢]

{ ٧ ، ٥ ، ٣ ، ٢ } [٣]

{ ٧ ، ٥ ، ٣ ، ١ } [٤]

(٦) [١] نسبة إنتاج المجزرة الثانية = $100\% - (20\% + 40\%) = 30\%$ (٢) إنتاج المجزرة الأولى = $20\% \times 500 = 100$ طنًاإنتاج المجزرة الثانية = $40\% \times 500 = 200$ طنًاإنتاج المجزرة الثالثة = $30\% \times 500 = 150$ طنًا(٧) قياس الزاوية المركزية لقطاع أعزب = $360^\circ \times \frac{20}{100} = 72^\circ$ قياس الزاوية المركزية لقطاع متزوج = $360^\circ \times \frac{40}{100} = 144^\circ$ قياس الزاوية المركزية لقطاع مطلق = $360^\circ \times \frac{30}{100} = 108^\circ$ قياس الزاوية المركزية لقطاع أرمل = $360^\circ \times \frac{10}{100} = 36^\circ$

ارسم بنفسك

(٨) مجموع الساعات = ٣٦ ساعة

قياس الزاوية المركزية لقطاع اللغة العربية = $360^\circ \times \frac{9}{36} = 90^\circ$ قياس الزاوية المركزية لقطاع اللغة الانجليزية = $360^\circ \times \frac{1}{36} = 10^\circ$ قياس الزاوية المركزية لقطاع الرياضيات = $360^\circ \times \frac{7}{36} = 70^\circ$ قياس الزاوية المركزية لقطاع العلوم = $360^\circ \times \frac{5}{36} = 50^\circ$ قياس الزاوية المركزية لقطاع الدراسات = $360^\circ \times \frac{9}{36} = 90^\circ$

ارسم بنفسك

الدرس الثالث : الاحتمال

$$(1) \text{ ف } = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \} \sim (ف) = 10$$

$$P = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \} \sim (P) = 5$$

$$L(P) = \frac{5}{10} = 0.5 = 50\%$$

$$B = \{ 3, 6, 9 \} \sim (B) = 3 \quad L(B) = \frac{3}{10} = 0.3 = 30\%$$

$$D = \{ 7 \} \sim (D) = 1 \quad L(D) = \frac{1}{10} = 0.1 = 10\%$$

$$E = \{ 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10 \} \sim (E) = 7$$

$$L(E) = \frac{7}{10} = 0.7 = 70\%$$

(2) العدد الكلي = 20 تلميذ و تلميذة

عدد التلميذات المشتركات في هذه المسابقة = $20 \times \frac{4}{5} = 16$ تلميذة

$$(3) \frac{1}{5} [1] \quad \frac{1}{5} [2] \quad \frac{1}{5} [3] \quad \frac{1}{5} [4] \quad \frac{1}{5} [5] \quad \frac{1}{5} [6] \quad \frac{1}{5} [7] \quad \frac{1}{5} [8] \quad \frac{1}{5} [9] \quad \frac{1}{5} [10]$$

$$(4) \frac{1}{5} [1] = \frac{1}{5} [2] = \frac{1}{5} [3] = \frac{1}{5} [4] = \frac{1}{5} [5] = \frac{1}{5} [6] = \frac{1}{5} [7] = \frac{1}{5} [8] = \frac{1}{5} [9] = \frac{1}{5} [10]$$

$$(5) \frac{1}{5} [1] = \frac{1}{5} [2] = \frac{1}{5} [3] = \frac{1}{5} [4] = \frac{1}{5} [5] = \frac{1}{5} [6] = \frac{1}{5} [7] = \frac{1}{5} [8] = \frac{1}{5} [9] = \frac{1}{5} [10]$$

(6) بفرض أن حدث أن يكون التلميذ المختار ممن يلعبون كرة القدم

هو : P إذن : $P = (P) = 20$ [1] $\sim (P) = \frac{20}{20} = 1$

[2] بفرض أن حدث أن يكون التلميذ المختار ممن يلعبون ألعاباً

أخرى هو : B إذن : $B = (B) = 14 = (8 + 6) - 10$

$$L(B) = \frac{14}{20} = 0.7 = 70\%$$

إذن : عدد التلاميذ = $20 \times \frac{1}{5} = 4$ تلميذ

$$(7) \text{ احتمال أن يسجل اللاعب الأول } = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10}$$

$$\text{احتمال أن يسجل اللاعب الثاني} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10}$$

يتم اختيار اللاعب الثاني لتسديد ركلة جزاء أثناء المباراة لأن احتمال تسجيله أكبر من احتمال تسجيل اللاعب الأول

$$(8) [1] \text{ احتمال أن تكون درجة التلميذ المختار أقل من } 5 \text{ درجة} = \frac{3}{4}$$

$$[2] \text{ بما أن : احتمال أن تكون درجة التلميذ } \leq 5 = \frac{1}{4}$$

إذن : عدد التلاميذ الحاصلين على درجة $\leq 5 = 5 \times \frac{1}{4}$

$$= 1.25 \text{ تلاميذ}$$

$$(9) \text{ عدد التلاميذ } = 28$$

احتمال أن يحصل التلميذ المختار على تقدير جيد = $\frac{15}{28} = \frac{1}{2}$

$$(10) \text{ ف } = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 \} \sim (ف) = 20$$

[1] بفرض أن حدث الحصول على عدد زوجي هو : P

$$\text{إذن : } P = \{ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 \} \sim (P) = 10$$

$$\text{إذن : } L(P) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

[2] بفرض أن الحصول على عدد فردي أولى هو : B

$$\text{إذن : } B = \{ 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 \} \sim (B) = 10$$

$$\text{إذن : } L(B) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$(11) [1] 0.5 \quad [2] \frac{1}{4} \quad [3] 0.15 \quad [4] 0.14 \quad [5] \frac{3}{8} \quad [6] \frac{1}{4} \quad [7] \frac{1}{4} \quad [8] \text{ صفر}$$

